

Un possibile modello costruttivo per le piramidi maggiori

Memoria di RICCARDO MANZINI
presentata dal Socio nazionale residente Franco LEVI
nell'adunanza del 20 Dicembre 1995

Abstract. *After examining the previous theories about the possible building procedures of non scalar pyramids, on the grounds of the information they got from their research, the authors suggest now their own hypothesis based on the necessity to resort to multiple self-standing ramps.*

Such hypothesis is based on the assumed existence of many different wall structures of green bricks enclosing the pyramid and having the cross section of a scalene triangle, in which the shorter side could be considered the track of the treading surface, while the longer one, adhering to its front, would make the pyramid itself be the supporting framework of the ramp.

These ascending ramps, equidistant and varying in number according to the dimensions of the pyramid, should parallel the sides of the building, keeping totally independent one from the other, as each of them would directly lean upon the side of the pyramid without weighing on the ramp below.

Considering that the volume of a pyramidal solid decreases in direct ratio with the decreasing of the distance from the vertex, it would be possible, or rather necessary, to reduce soon the starting number of the ramps, while keeping uniform the quickness in supplying the building material.

For this reason we think a single ramp could be sufficient to carry out the last third of the building.

The ramps, no more necessary for transit, should anyway be built in smaller dimensions as they could be useful to support light scaffoldings on which the workers, employed in dressing the building, could stand.

Uno degli aspetti più carenti delle nostre conoscenze sul mondo egizio riguarda il sistema utilizzato per la costruzione delle piramidi, ed in particolar modo di quelle di grandi dimensioni.

Tale mancanza è derivata dal fatto che qualunque fosse il sistema utilizzato per erigere questi edifici, veniva interamente rimosso al termine dei lavori, se la costruzione era completata, o all'interruzione degli stessi, se veniva sospesa per la morte precoce del destinatario; per tali ragioni non ci è giunta alcuna traccia intelligibile di essi che possa illuminarci sulle possibili metodiche utilizzate.

A ciò deve essere aggiunto che, se da un lato conosciamo sufficientemente la maggior parte degli strumenti a disposizione dei costruttori egizi in quanto sono stati trovati in corredi funerari, in decorazioni parietali oppure durante le indagini sul terreno, dall'altro ignoriamo i limiti delle loro cognizioni teoriche e le relative modalità di applicazione.

Sappiamo infatti che gli artigiani costruttori disponevano di utensili elementari (quali scalpelli, mazzuoli, cordami e slitte) per ricavare, rifinire e trasportare i blocchi di pietra necessari, e che le uniche macchine da loro conosciute erano la leva, il piano inclinato e la carrucola, intesa nel senso elementare dello sfruttamento di una superficie curva per diminuire lo sforzo o variare la direzione della sua applicazione, generalmente rappresentata da una trave a sezione circolare.

È certo comunque che gli architetti egizi conoscessero empiricamente la statica, e che le loro maestranze qualificate si fossero talmente impadronite delle tecniche più raffinate da supplire con geniali artifici a quelli che per noi sarebbero, nelle medesime condizioni, problemi difficilmente superabili.

Non deve quindi stupire che non sussista alcun accordo tra gli studiosi riguardo alle modalità utilizzate per la costruzione delle piramidi e dei loro annessi; tutte le ipotesi più accreditate infatti mostrano ad una attenta verifica delle incongruenze difficilmente superabili.

In conseguenza di ciò, non ritenendo del tutto convincenti le esperienze precedenti ma ben sapendo che qualunque modello non avrebbe potuto essere totalmente avulso dalle soluzioni da esse proposte, abbiamo deciso innanzitutto di analizzare dettagliatamente queste ipotesi e di rilevarne i limiti; alla luce di queste loro incongruenze ci siamo trovati quindi ad immaginare un modello che potesse soddisfare tutte le esigenze costruttive tenendo ben presenti le supposte disponibilità tecniche dell'epoca.

Poiché il principale problema cui trovare una spiegazione è il metodo utilizzato per innalzare a grande altezza i materiali da costruzione ed in particolar modo i blocchi litici di grandi dimensioni che generalmente costituiscono gli appartamenti interni, questo è sempre stato il punto di partenza di tutti i modelli ipotizzati i quali, focalizzando su questo

aspetto la maggior attenzione, ne hanno per altro sottostimato altri che, a nostro avviso, ne rappresentano invece i limiti stessi.

Data la totale mancanza di reperti riguardanti il sistema usato nelle piramidi per innalzare i blocchi in passato sono state formulate le ipotesi più fantasiose, ma fondamentalmente quelle più verosimili si riducono a tre: quella di Borchardt che prevede una rampa unica ortogonale, o comunque esterna alla piramide, quella di Rinaldi e Maragioglio che immagina lo sfruttamento della stessa sovrastruttura per il movimento dei blocchi nota come teoria delle rampe interne, ed infine quella di Hölscher-Lauer che immagina l'esistenza di una rampa avvolgente addossata alla piramide stessa.

Prima di procedere all'analisi dettagliata delle ipotesi formulate, è da sottolineare che qualunque modello proposto dovrebbe prevedere una spiegazione plausibile non solo per le modalità costruttive del modello stesso e per la sua demolizione, ma anche per tutti gli aspetti apparentemente secondari come la rifinitura o l'allineamento delle facce.

È utile ricordare infatti che le piramidi consistevano in un nucleo centrale di materiale vario (a seconda del periodo storico rispettivamente calcare, mattoni o breccie) ma comunque sempre grossolanamente sgrossato, ricoperto in tutti i casi noti da un rivestimento ben allineato di blocchi di buon materiale lapideo con sezione a trapezio rettangolo, i quali erano posti in opera con la faccia a vista non rifinita, che veniva lisciata ed accuratamente allineata una volta completato l'edificio.

Per livellare la faccia a vista del nucleo onde facilitare l'allineamento dei blocchi di rivestimento, venivano posti tra questi e quelli interni dei blocchi di materiale identico a quello del rivestimento ma di forma irregolare adattata allo scopo, detti *backing-stones*.

a) *L'ipotesi di una rampa unica* se apparentemente pare essere quella più semplice, e per certi versi lo è, presenta anche talmente tanti limiti e lascia inspiegati troppi quesiti da non sembrarci credibile, soprattutto per le grandi altezze delle piramidi maggiori; questa ipotesi infatti è quella che presenta minori problemi costruttivi essendo necessari solamente una illimitata disponibilità di materiale ed uno spazio libero, adiacente l'edificio costruendo, di dimensioni proporzionali alla piramide stessa.

Se questi due requisiti possono essere generalmente soddisfatti per qualunque Complesso piramidale in quanto la loro collocazione al limitare della zona desertica avrebbe potuto benissimo fornire il materiale da costruzione per la rampa di edificazione, fosse questo mattone o breccie, e la presenza del deserto avrebbe consentito tutto lo spazio che tale rampa avrebbe richiesto, molti altri aspetti sembrano incompatibili con la loro esistenza, o comunque non dimostrabili.

Innanzitutto se, come riproposto recentemente da G.B. Johnson, la rampa fosse stata costruita in brecciamme, il che spiegherebbe facilmente le modalità di demolizione della stessa al termine dei lavori con la dispersione sul terreno circostante, si sarebbe dovuto ricorrere ad una tale quantità di materiale da condizionare pesantemente l'altezza proponibile per la piramide.

Poiché infatti il brecciamme è un materiale scarsamente consistente, le scarpe della rampa si sarebbero disposte secondo una pendenza naturale di circa 50° venendo a costituire un volume complessivo enorme, tenuto conto della pendenza necessariamente contenuta che la rampa avrebbe dovuto avere per essere fruibile, e, conseguentemente, della notevole lunghezza che questa avrebbe raggiunto.

Supponendo invece di utilizzare per la sua costruzione il mattone crudo, si sarebbe potuto contenere grandemente questo volume in quanto le scarpe sarebbero potute essere sensibilmente più inclinate, ma si sarebbero lasciate parimenti aperte le questioni inspiegate con il precedente modello.

Poiché infatti una parte cospicua dei blocchi della piramide proveniva dal Nilo, trasportata su barche, ed il materiale da costruzione della rampa stessa avrebbe avuto in questo caso la medesima provenienza, per una questione di risparmio di tempo, di materiale e di mano d'opera, sarebbe presumibile immaginare questa rampa posizionata tra la piramide e la valle stessa, e più precisamente nella sede della futura rampa processionale; ma tale ipotesi sembra incompatibile con l'esistenza di piramidi non terminate, e quindi presumibilmente abbandonate quando ancora le rampe erano in opera, che presentano sul lato est, quello appunto prospiciente il Nilo, il tempio funerario la cui costruzione, in questo caso, sarebbe stata impossibile fino alla completa rimozione della rampa stessa.

Una variante a questa ipotesi prevede infatti la collocazione della rampa non sulla mezzeria della faccia est, dove sarebbe terminata nel caso precedentemente prospettato, ma in prosecuzione delle diagonali di base prossime al Nilo, scelta che avrebbe consentito la contemporanea costruzione degli edifici cultuali; se questa variante permette di superare il problema precedente, ci sembra che, oltre a richiedere un ulteriore lavoro di trasporto di materiale a grande distanza (non dimentichiamo infatti che in questo caso la distanza dal Nilo sarebbe aumentata), non alteri minimamente le obiezioni di fondo che crediamo di poter portare a questo modello.

Queste critiche, basate su aspetti a nostro avviso sottostimati dagli studiosi che hanno proposto questi modelli, riguardano: la larghezza necessaria al piano di calpestio di questa rampa, la sua pendenza di-

scordante tra i vari compilatori e la conseguente lunghezza che avrebbe dovuto avere, e le modalità che avrebbero dovuto attuarsi per procedere alla rifinitura della superficie esterna della piramide.

È da tenere presente infatti che se tale modello, pur con le difficoltà già segnalate, sarebbe stato tecnicamente realizzabile ed avrebbe consentito il trasporto di materiale a grande altezza, non spiegherebbe in alcun modo come avrebbe potuto procedere la lisciatura del rivestimento che sicuramente doveva avvenire, almeno per le piramidi in pietra, dopo il completamento dell'edificio, verosimilmente per mezzo di strutture che consentissero di raggiungere agevolmente ogni punto della superficie.

Inoltre non bisogna sottovalutare che, per mantenere una pendenza compatibile con le possibilità di trasporto dei blocchi, la rampa avrebbe dovuto sviluppare una lunghezza lineare superiore al chilometro; dato poi che un muro in mattoni richiede una superficie esterna a scarpa tanto più inclinata quanto più è alto, avrebbe richiesto una conseguente base di appoggio di dimensioni enormi ed un volume di materiale veramente improbabile.

Alcuni studiosi basandosi sulla constatazione della diminuzione del volume unitario dei blocchi della piramide posti ai livelli più elevati, hanno proposto che la rampa potesse variare la pendenza al crescere dell'altezza, per contenere la lunghezza necessaria alla sua costruzione e quindi la sua massa. Se questa soluzione pare compatibile, entro certi limiti, con un agevole trasporto dei blocchi divenuti meno pesanti, la variazione di pendenza in questo modello di rampa avrebbe comportato un continuo rifacimento del suo piano di calpestio con conseguente interruzione dei lavori di approvvigionamento dei blocchi destinati alla costruzione principale.

Questa osservazione pare inconciliabile con i tempi richiesti per la costruzione di una piramide, già di per sé lunghissimi.

Un'ulteriore severa riserva che ci pare giusto avanzare al modello della rampa unica, qualunque fosse il materiale utilizzato per la sua costruzione e valido per ogni sua collocazione, ci sembra quella derivata dalla constatazione del dislivello esistente, a volte molto marcato, tra la valle del Nilo ed il piano scelto per la costruzione della piramide.

Poiché infatti i basamenti delle piramidi hanno tutti un divario di quota, variabile ma sempre significativo, con l'inizio della futura rampa cerimoniale posta a livello del Nilo, punto in cui sarebbero dovuti sbarcare la maggior parte dei blocchi trasportati via fiume, una rampa posta in questa direzione avrebbe dovuto superare anche questo dislivello oltre a quello, diciamo così fisiologico, necessario a raggiungere l'altezza desiderata; ciò avrebbe ulteriormente accentuato sia la richiesta

di materiale per la sua costruzione, sia la lunghezza ad essa necessaria, in molti casi improponibile per mancanza oggettiva di spazio.

Supponendo invece di collocare la rampa in altre direzioni onde sfruttare il terreno stesso per diminuire tale dislivello, si sarebbe ovviamente aumentata a dismisura la distanza che i materiali avrebbero dovuto percorrere prima di iniziare l'ascesa della rampa costruttiva.

Pur essendo quest'ultima obiezione superabile parzialmente con l'osservazione che tale trasporto avrebbe potuto essere effettuato ricorrendo ad un traino con buoi (di cui abbiamo per altro unicamente raffigurazioni murarie di periodi posteriori), non esiste alcun reperto sul terreno che faccia presumere l'esistenza di tali rampe, anzi le scarse tracce esistenti di strade di costruzione⁽¹⁾ sembrano convergere verso la piramide provenendo quasi esclusivamente dal Nilo.

Riteniamo anche che un tale modello, il quale avrebbe dovuto avere un piano di calpestio larghissimo per poter consentire un continuo fluire in contemporanea del materiale in salita e delle squadre in discesa, avrebbe creato un grande problema di smaltimento del materiale giunto in quota, in quanto questo sarebbe arrivato esclusivamente dalla medesima direzione.

In ultimo è da considerare che, dovendo rimanere in opera molti anni⁽²⁾, avrebbe creato un enorme problema di circolazione nel terreno adiacente alla piramide, separandolo per tale periodo in due settori difficilmente comunicanti, ed impedendo di conseguenza la costruzione di qualunque fabbricato nelle vicinanze, finché fosse stata in opera; non si spiegherebbe quindi, nel caso del Complesso di Cheope, come avrebbero potuto essere costruite le più antiche mastabe del cimitero orientale e le piramidi accessorie, chiaramente contemporanee o successive di poco al Complesso principale.

b) *La teoria delle rampe interne* che prevede l'utilizzo della stessa struttura erigenda per sostenere le rampe di costruzione, se da un lato risolverebbe alcuni problemi che avrebbero condizionato gravemente l'utilizzo della rampa unica, non ne spiegherebbe sufficientemente altri che ci sono parsi altrettanto vincolanti.

Infatti se le rampe interne non avrebbero impedito la contemporanea costruzione delle strutture accessorie del Complesso, non sembrerebbero sufficienti per l'approvvigionamento e lo smaltimento, in tempi

⁽¹⁾ Da una visione dall'alto della zona adiacente la piramide settentrionale di Snefru è possibile rilevare tale traccia, per altro riportata anche da Petrie, come pure nelle adiacenze dell'angolo SO della piramide di Meydum.

⁽²⁾ Per quanto riguarda la piramide di Cheope è stato ipotizzato che abbia richiesto circa 20 anni di lavorazione.

accettabili, delle grandi quantità di materiale necessario agli strati iniziali della piramide.

A nostro avviso tale limitazione dipenderebbe direttamente dall'impossibilità di ricavare un largo piano di calpestio per le rampe senza condizionare eccessivamente la stessa costruzione dell'edificio; l'impossibilità a disporre di un'ampia superficie di traino avrebbe inoltre creato dei gravi problemi, a nostro avviso non superabili, per il movimento delle grandi travature degli appartamenti interni.

Un altro aspetto che sembrerebbe inficiare questa ipotesi è che, proprio per il fatto di utilizzare la stessa struttura erigenda, la rampa ne sarebbe stata condizionata nella pendenza, risultando notevolmente complesso un suo cambiamento, per altro verosimile negli strati superiori, suggerito dalla diminuzione unitaria del volume dei blocchi.

La maggior opposizione a questa teoria ci è però derivata dall'assenza di un'accettabile spiegazione riguardante il modo in cui tale breccia si sarebbe potuta colmare al termine dei lavori; tale difficoltà ci sembra ancora più accentuata dalla constatazione che la forma dei blocchi di tutti i rivestimenti conosciuti, a sezione di trapezio rettangolo, indica chiaramente che questi dovevano essere posti in opera su di un corso sottostante già posizionato, e quindi durante la stessa fase costruttiva del monumento. Tale ipotesi, come le precedenti, lascerebbe inoltre inspiegate le modalità adottabili per la rifinitura delle facce a vista.

I sostenitori di questa ipotesi suggeriscono, per spiegare la metodica utilizzata per il riempimento della breccia residua alle rampe interne, che il completamento fosse effettuato ponendo in opera i blocchi per innalzamento dai corsi sottostanti, onde obliterare gli spazi secondo una procedura identica da ripetersi per tutti gli strati via via più superficiali.

Tale metodica non ci sembra realizzabile in quanto non solo i blocchi di rivestimento ma anche quelli di nucleo mostrano chiari indizi di essere stati posti in opera esclusivamente per scorrimento orizzontale.

È da precisare che questa affascinante ipotesi è basata sull'osservazione che i suoi propugnatori fecero in alcune compatte strutture murarie del tempio a monte del Complesso di Djedkara Isesi.

L'osservazione diretta di questo monumento ci ha però suggerito che l'ipotesi, così come presentata, avrebbe potuto essere realizzabile limitatamente a questo unico particolare esistente; a causa infatti della limitata altezza e della esigua quantità di materiale necessario alla sua costruzione, parte delle operazioni, soprattutto la sua rifinitura, avrebbero potuto essere compiute sfruttando il terreno circostante per sostenere eventuali incastellature.

Un altro caso cui si riferirono Rinaldi e Maragioglio fu quello della piramide di Sahura in cui è evidente che la faccia settentrionale del

nucleo presenta uno iato mediano in corrispondenza degli appartamenti funerari, il quale fu completato successivamente al resto della muratura; poiché tale trincea fu evidentemente lasciata proprio per consentire la costruzione degli appartamenti, posti a livello del suolo, e che si riferisce solamente al nucleo interno per cui nulla è possibile affermare sulle modalità con cui questo avrebbe potuto essere rivestito, tale constatazione non sarebbe in contraddizione con la nostra critica che vedrebbe questa metodica utilizzabile solamente in casi particolari e limitati volumetricamente.

Essendo comunque una ipotesi plausibile con i limiti suesposti, riteniamo che fosse realizzabile in situazioni di limitata altezza ed estensione, ma difficilmente negli strati inferiori dei massicci piramidali maggiori e per la maggior parte della loro sovrastruttura.

c) *L'ipotesi della rampa avvolgente* così come è stata formulata dai suoi ideatori, ci è sembrata sicuramente un'innovazione rispetto a quelle precedenti, ma utilizzabile solamente nel caso di piramidi a gradoni o canoniche di piccole dimensioni per le quali concordiamo pienamente; per quanto riguarda però le piramidi canoniche maggiori ci sembra doveroso sollevare alcuni dubbi.

Ricordando brevemente quanto affermato dai sostenitori di questa ipotesi, la costruzione della piramide sarebbe stata possibile attraverso l'utilizzo di rampe elicoidali adagiate contro le facce stesse dell'edificio e poggianti su di un piano pressoché orizzontale.

Se per le rampe più basse tale appoggio avrebbe dovuto essere realizzato direttamente sul terreno, al termine del primo avvolgimento questo sarebbe caduto inevitabilmente sul piano di calpestio sottostante impedendone l'utilizzo; tale limitazione si sarebbe ovviamente manifestata più precocemente ed in modo più eclatante nel caso di rampe multiple.

Per questo motivo riteniamo improponibile supporre l'utilizzo di questo sistema per le piramidi maggiori che, chiaramente, avrebbero necessitato di più di un avvolgimento.

Una variante a questa ipotesi immagina inoltre che si potesse sfruttare parzialmente la stessa sovrastruttura interna per ancorare dette rampe e quindi renderle più stabili, salvo poi procedere alla loro obliterazione ponendo in opera il rivestimento procedendo dall'alto verso il basso, durante la fase di demolizione della rampa.

A parte che quest'ultima precisazione ci sembra già inficiare l'attuabilità del modello per i motivi precedentemente esposti riguardanti la forma dei blocchi di rivestimento reperiti, l'ipotesi in questione non spiegherebbe la realizzazione di queste rampe nel caso delle piramidi canoniche di grandi dimensioni in quanto, essendo accettabile per

i motivi suesposti un solo avvolgimento, questo avrebbe dovuto avere un piano di calpestio troppo ripido per essere utilizzabile.

Tale modello, da noi accettato per il caso di una piramide a gradoni, sarebbe applicabile, seppur con qualche difficoltà, anche per le piramidi canoniche di piccole dimensioni in cui fosse stato possibile utilizzare un solo avvolgimento. Queste piramidi infatti, della V e VI dinastia, sono sempre costituite da blocchi di piccole dimensioni e presentano gli appartamenti a livello del suolo per cui dette rampe avrebbero potuto avere una pendenza rilevante in quanto su di esse non avrebbero dovuto transitare materiali particolarmente pesanti.

A nostro avviso le difficoltà maggiori ad accettare questo modello, anche nel caso di piramidi canoniche di dimensioni contenute, sono derivate dalla constatazione che le parti superiori di tale rampa unica avrebbero dovuto avere un muro di sostegno di altezza spropositata, e l'allineamento dei blocchi di rivestimento avrebbe potuto comportare notevoli problemi.

Non ritenendo soddisfacente né generalizzabile alcuna delle teorie suesposte, abbiamo deciso di rivedere la questione cambiando completamente ottica; non abbiamo cercato quindi una spiegazione partendo dal risultato ma abbiamo cercato di porci di fronte al problema come si devono essere posti gli architetti egizi, cercando quindi le soluzioni più semplici che, contemporaneamente, soddisfacessero tutte le necessità.

Parafrasando Clark ed Engelbach siamo partiti dall'assunto che qualunque spiegazione debba soddisfare un criterio di estrema semplicità, in quanto tutto in Egitto ci mostra soluzioni semplici per problemi complessi; senza quindi cercare espedienti immaginari, ci siamo basati per il nostro modello sugli strumenti in possesso degli egizi durante l'Antico Regno, scegliendo di conseguenza il piano inclinato come soluzione per l'innalzamento del materiale.

Preliminarmente abbiamo cercato di immaginare tutte le necessità che si sarebbero potute presentare accingendosi ad edificare un Complesso piramidale, ma anche di far sì che le soluzioni a queste esigenze fossero, quanto più possibile, interconnesse tra di loro; è chiaro infatti che una soluzione sarebbe stata accettabile qualora avesse soddisfatto più necessità contemporaneamente o, quanto meno, non avesse impedito una loro separata soluzione.

Innanzitutto è da sottolineare che le differenze costruttive riscontrabili tra le varie piramidi, le dimensioni non omogenee e le diversità geomorfologiche dei siti piramidali ci hanno fatto presumere che non esistesse un metodo costruttivo generalizzabile a tutti i monumenti, ma

che i multiformi problemi creati da ogni singolo Complesso piramidale siano stati risolti ricorrendo a soluzioni differenti, al più adattando al caso singolo esperienze precedenti.

A tal fine abbiamo iniziato a pensare ad un'ipotesi costruttiva per le grandi piramidi in pietra scegliendo come modello la piramide di Cheope in quanto i problemi, in questo caso, si sarebbero manifestati con evidenza proporzionale alle dimensioni dell'edificio; per avere una conferma della corretta interpretazione del problema, sarebbe infine stato sufficiente adattare il modello supposto ad altre piramidi e, qualora fosse risultato applicabile anche per queste, avremmo potuto ritenere di essere sulla strada giusta.

Facendo in modo di rispettare il fondamentale criterio di semplicità abbiamo quindi cercato un modello che consentisse contemporaneamente di innalzare i blocchi di costruzione a grandi altezze, che richiedesse il minimo lavoro e la minima quantità di materiale possibile per la sua realizzazione, che, possibilmente, questo fosse anche solo in parte riutilizzabile onde facilitarne la successiva demolizione, e che non impedisse le eventuali lavorazioni contemporanee in altre parti del Complesso.

Un ultimo requisito, da noi ritenuto imprescindibile, doveva infine prevedere la possibilità, nel corso dei lavori di edificazione del monumento, di variare la pendenza della rampa senza dover intervenire sul piano di calpestio già ultimato in quanto in questo caso, come sottolineato precedentemente, i tempi di costruzione dell'intero edificio si sarebbero enormemente dilatati.

A queste condizioni di base aggiungemmo la necessità di far svolgere in sincronia, sullo stesso piano inclinato, molteplici attività quali il trasporto in salita delle slitte cariche dei blocchi destinati all'edificio, la discesa delle maestranze che avevano terminato il lavoro, il passaggio del personale e del materiale destinato alla costruzione della rampa stessa e di quello addetto a facilitare lo scorrimento delle slitte (portatori di acqua e di limo).

Data la necessità di soddisfare i postulati suesposti, ci siamo basati per la nostra ipotesi sul modello della rampa avvolgente che maggiormente rispondeva ai requisiti di conservazione del piano di calpestio, volume contenuto, facile smontaggio e relativa economicità di costruzione, cui abbiamo introdotto notevoli e, a nostro avviso, sostanziali modifiche rendendolo autosostenente (Fig. 1).

Con la scelta del luogo in cui avrebbe dovuto sorgere il Complesso, avevano inizio i lavori; questa scelta doveva tenere conto della natura e consistenza del suolo roccioso, della posizione rilevata ma prossima alla valle, della possibilità di scavare un canale che mettesse in comu-

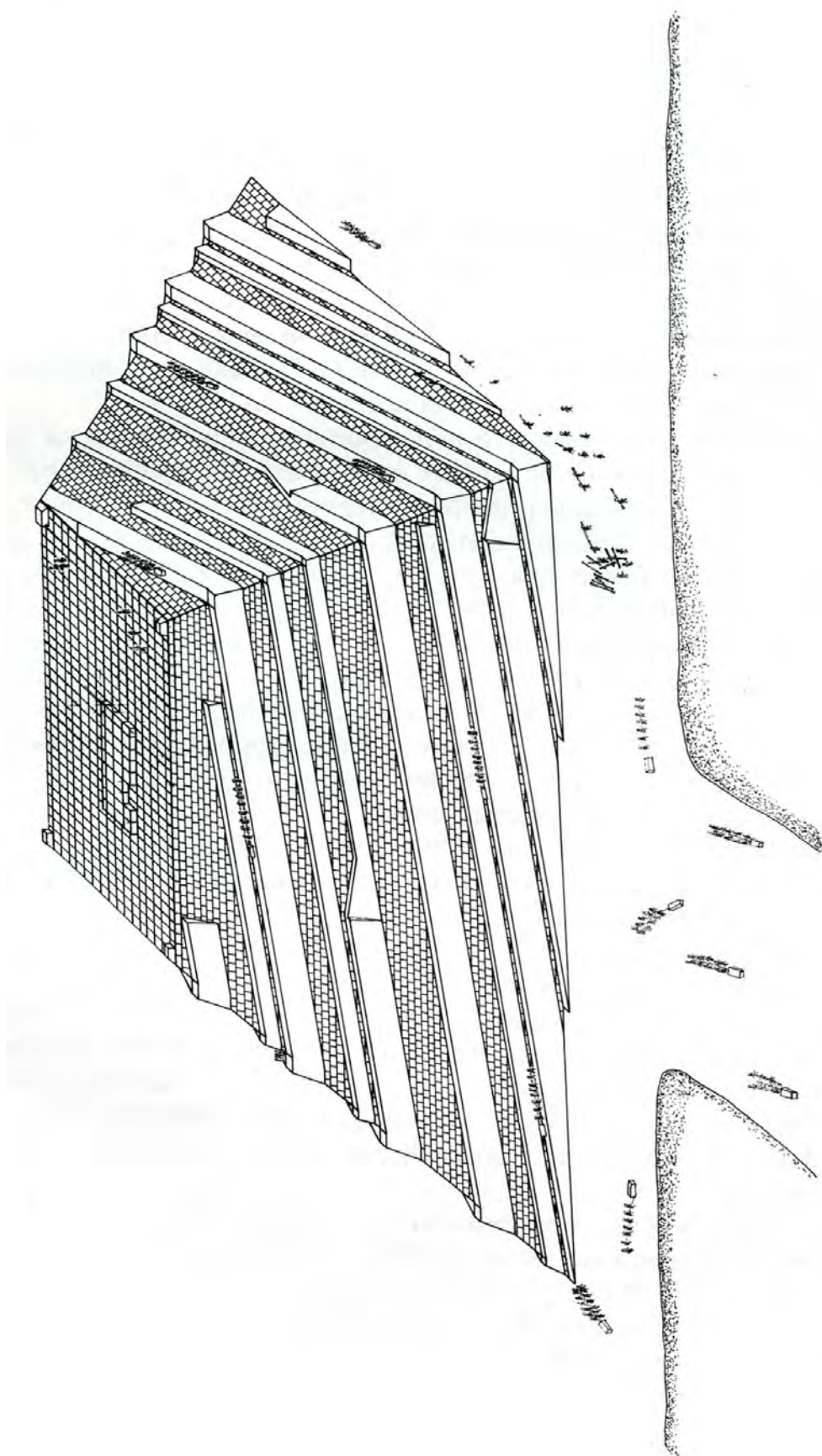


Figura 1 - Visione assonometrica del modello proposto.

nicazione il futuro tempio a valle con il Nilo onde consentire un agevole trasporto dei materiali e, successivamente, del corteo funebre, ed eventualmente dell'esistenza nei dintorni di cave di buon calcare.

La prima operazione da effettuarsi dopo aver scelto il sito adatto alla costruzione del Complesso, doveva essere quella dello spianamento del terreno destinato alla piramide, al tempio a monte ed alla rampa; il primo perché, essendo l'edificio principale, sarebbe stato iniziato precocemente in quanto avrebbe richiesto il maggior tempo per la sua costruzione, il secondo in quanto non sarebbe stato possibile effettuarlo successivamente se non dilatando enormemente i tempi, e la rampa perché avrebbe dovuto essere utilizzata già durante queste fasi iniziali per l'avvicinamento del materiale al piede della piramide.

Il livellamento, che consisteva nell'asportare roccia ove questa era eccedente e nel cassonare il terreno e riempirlo di breccie dove carente, avveniva applicando principi a noi ignoti ma che verosimilmente dovevano essere basati sulla constatazione dell'orizzontalità dell'acqua; pur esistendo infatti una estrema differenza tra i vari modelli proposti dagli studiosi per l'applicazione di questo principio e ben sapendo che l'introduzione dell'uso della livella a bolla d'aria avvenne durante il periodo romano, è generalmente accettato che gli egizi ricorressero ad alcuni artifici basati su questa osservazione per ottenere un buon livellamento delle loro strutture murarie, applicandole in modo vario: riempiendo di acqua il terreno racchiuso all'interno di muri, utilizzando vasche o altri sistemi simili.

Per questioni simboliche, una volta spianata la zona era indispensabile raggiungere un buon allineamento geografico, per ottenere il quale sarebbe stato sufficiente tracciare più volte dallo stesso punto il sorgere ed il tramontare del sole attraverso strutture rigide di uguale altezza perfettamente orizzontali ed equidistanti dall'osservatore; di conseguenza la linea congiungente l'osservatore con la metà del segmento ottenuto dai precedenti punti di rilevazione, avrebbe indicato esattamente l'asse N-S. Ottenuta questa direzione si sarebbe quindi potuto tracciare con facilità una sua perpendicolare (diretta quindi E-O), su cui si sarebbe riportata la lunghezza prevista per il lato di base della piramide.

Agli estremi di questo segmento venivano tracciate successivamente due perpendicolari ad esso su cui si sarebbero potute riportare le stesse misure stabilite per il lato precedente; qualora si fosse verificata una differenza tra le misure stabilite e quella ottenuta con il ricongiungimento delle estremità distali di queste perpendicolari, sarebbe infine stato sufficiente ripetere le operazioni precedenti fino ad ottenere un quadrato perfetto.

Tracciato in tal modo il perimetro di base, era di estrema necessità, dati gli scarsi mezzi a disposizione, livellare esattamente il piano di appoggio degli spigoli della piramide in quanto ogni minimo errore in questa operazione si sarebbe ripercorso, amplificato, per tutta la lunghezza dello spigolo fino ad impedire il ricongiungimento degli stessi al vertice dell'edificio; a riguardo è da sottolineare con ammirazione che la differenza di livello tra i basamenti dei quattro spigoli della piramide di Cheope non supera i 21 millimetri.

Le stesse operazioni, pur senza questa accuratezza, erano altresì necessarie per la preparazione del sito delle altre strutture del Complesso funerario.

A questo punto poteva iniziare l'edificazione della piramide con la posa del primo corso di nucleo, dei backing-stones, dei blocchi di rivestimento con le facce a vista lasciate bugnate e dei blocchi di spigolo invece accuratamente posizionati e rifiniti in ogni loro parte; quest'ultima operazione era necessaria per la corretta collocazione in opera degli stessi blocchi di rivestimento e, successivamente, per ottenere un perfetto allineamento delle facce durante le operazioni di rifinitura.

La necessità di porre in opera i blocchi di spigolo già perfettamente rifiniti era dettata, secondo il nostro modello, dal fatto che la rampa avvolgente sarebbe stata sostenuta dallo stesso rivestimento della piramide, la cui superficie esterna sarebbe quindi stata parzialmente occultata dalla rampa medesima; con la sua demolizione, al termine della costruzione dell'edificio, sarebbero iniziati i lavori di rifinitura per i quali sarebbe stato quindi indispensabile disporre di un traguardo già definito, costituito dai blocchi in questione.

La collocazione in opera dei blocchi di spigolo già levigati doveva anzi costituire la prima operazione da compiere quando veniva iniziato un corso, in quanto su di essi si sarebbe dovuto allineare non solo il rivestimento ma gli stessi blocchi di nucleo.

Il fatto poi che si sia proceduto alla posa del rivestimento già in fase costruttiva, ci è stato suggerito dalla constatazione che tutti i blocchi di rivestimento reperiti hanno una sezione a trapezio rettangolo; questa forma richiede necessariamente, come ripetuto più volte, che i blocchi inferiori siano posti in opera prima di quelli degli strati successivi.

Terminato il primo corso si presentava il problema di come innalzare i blocchi dei livelli superiori.

Anche se per altezze contenute come potevano essere i primi corsi della piramide il modello della rampa, o delle rampe, ortogonali all'edificio avrebbe potuto soddisfare le necessità, ci siamo posti il problema di ipotizzare un modello che potesse svilupparsi per tutta l'altezza della costruzione ripetendo un modulo base, al più modificato da qualche correzione.

A tal fine ci siamo indirizzati al modello delle rampe avvolgenti autosostenenti le quali avrebbero potuto essere costruite anche negli strati più elevati, senza dover ricorrere ad artifici di inverosimile realizzazione; è da precisare che nella successiva descrizione ci siamo riferiti, per nostra arbitraria scelta, ad un avvolgimento antiorario.

Preliminarmente è da ricordare che non è possibile verificare la fattibilità di un modello di rampa i cui dati siano espressi in gradi ed in metri, in quanto gli egizi non possedevano tali unità di misura, ma indicavano l'angolo come un rapporto tra la base e l'altezza di un piano inclinato⁽³⁾, e le misure lineari come frazioni o multipli del cubito reale (cm. 52,5 circa).

Impostate quindi in tal senso queste misure, tutto il resto del modello ipotizzato sembra rispondere, senza richiedere alcun artificio, alle esigenze che avevamo immaginato.

Poiché la forma piramidale richiede per la sua costruzione una quantità di materiale via via meno rilevante al crescere dell'altezza, e poiché negli strati più bassi della piramide di Cheope la quantità di materiale necessaria è relevantissima, abbiamo pensato che una sola rampa non avrebbe potuto soddisfare le necessità, tantopiù che sarebbe rimasto altrimenti inspiegabile, al termine della costruzione dell'edificio, come avrebbero fatto gli scalpellini a raggiungere ogni punto della superficie esterna per procedere alla rifinitura delle facce.

Innanzitutto si è trattato di convenire arbitrariamente alcuni parametri onde poter stabilire le caratteristiche e, conseguentemente, il numero di queste rampe; si trattava infatti di definire primariamente la larghezza che avrebbe dovuto avere il piano di calpestio di ogni rampa e l'inclinazione della scarpa del suo muro esterno di sostegno.

Fortunatamente il secondo dato ci era noto da molteplici esempi di muri di sostegno per i quali gli architetti egizi avevano scelto una pendenza prossima agli 80°, ottenuti con un semplice rapporto 6/1⁽⁴⁾.

Per quanto riguarda invece il primo dato nessun esempio ci poteva soccorrere, per cui abbiamo cercato di risalire a questa misura partendo dalle reali necessità funzionali che si potevano presentare su questa ipotetica rampa; poiché i blocchi di base della piramide di Cheope misurano mediamente mt. 0,80-1 di altezza per un metro di base e di profondità e decrescono volumetricamente, come in tutte le piramidi, col crescere dell'altezza dal suolo, e dato che le slitte ritrovate hanno una dimensione di circa 2 metri per uno, tenendo conto della quantità

⁽³⁾ Un angolo di 5°71 è infatti plausibile in quanto produce una pendenza del 10%, cioè definisce un piano che si innalza di un metro ogni 10 metri lineari, ovverosia di un cubito ogni 10.

⁽⁴⁾ In effetti si tratterebbe di 80°54.

di persone e materiali che avrebbero dovuto contemporaneamente percorrerlo, abbiamo ritenuto che il piano di calpestio della rampa avrebbe dovuto avere inizialmente almeno 4,2 metri di larghezza (pari a 8 cubiti), per potersi ridurre a 3,15 (6 cubiti) negli strati più alti, e forse anche a 2,1 (4 cubiti) in prossimità del vertice.

Assunto perciò che le rampe fossero larghe 4,2 metri ne deriverebbe che l'altezza minima esistente tra due piani di calpestio adiacenti, doveva essere di almeno 6 metri e 95 centimetri.

Costruendo un semplice modello geometrico e matematico basato su questi parametri abbiamo constatato che, mentre una larghezza di 4,2 metri avrebbe quindi potuto coesistere, in linea di massima, senza alcun problema con altre rampe ad essa parallele fino al vertice dell'edificio, il crescere di tale larghezza anche solo a 5 metri (circa 9,5 cubiti), avrebbe creato dei problemi difficilmente compatibili con i postulati precedenti di semplicità ed economia.

Un piano di calpestio di 5 metri avrebbe infatti spostato notevolmente più in basso (mt. 8,27) il piede della scarpa obbligando di conseguenza ad aumentare la distanza verticale minima tra due piani di calpestio adiacenti.

È da sottolineare che una distanza contenuta tra rampe adiacenti era indispensabile per poter disporre di superfici libere, sulle facce della piramide, di altezza non eccessiva onde poter procedere alle successive operazioni di rifinitura che, necessariamente, avrebbero dovuto avvenire su leggere impalcature mobili, quindi di altezza limitata.

Qualora invece non si fosse voluto variare l'altezza tra le rampe adiacenti, la rampa di 5 metri si sarebbe appoggiata per larga parte su quella sottostante gravandola del suo peso; questa ipotesi avrebbe inoltre ristretto la larghezza utile della rampa inferiore, rendendola difficilmente compatibile con le sue esigenze, oppure, per conservare un piano di 5 metri, avrebbe obbligato a costruirla di dimensioni maggiori di quella soprastante. Questa necessità si sarebbe ripercorsa su tutte le rampe sottostanti richiedendo una quantità notevolmente superiore di materiale; di fatto la piramide sarebbe stata totalmente avvolta, negli strati più bassi, da un mantello compatto ed ininterrotto costituito dalla muratura delle rampe.

Uno dei punti più controversi tra gli studiosi è sempre stato quello della pendenza dei piani di calpestio delle rampe in quanto se da un lato una grande pendenza avrebbe richiesto una minor quantità di materiale per costruirle, dall'altra avrebbe reso malagevole, se non impossibile, il traino dei gravi di peso maggiore.

In ausilio a questi dubbi venne un esperimento di Chevrier il quale provò a mobilitare, alla maniera egizia, un blocco di calcare di 6 tonnellate montato su di una slitta che scorreva sul limo bagnato, trai-

nato da una squadra di 6 uomini: lo spostamento fu così facile da far cadere l'intera squadra; da questo semplice esperimento ci si accorse che il limo d'Egitto, allo stato fluido, ha un coefficiente di attrito prossimo allo zero.

Applicando questa deduzione ai carichi di lavoro possibili per squadre di operai che si dessero un cambio relativamente frequente, si è accertato che una pendenza effettiva del 10%, pari a $5^{\circ}71$ (corrispondente al 13% e quindi a $7^{\circ}22$ sulla parete della piramide), avrebbe consentito agevolmente il trasporto di blocchi anche molto pesanti, avendo solamente l'accortezza di far scorrere le slitte su corsie rese scivolose da limo fluido; per blocchi di minori dimensioni, quali quelli dei corsi posti a maggiore altezza, ovviamente tale pendenza avrebbe potuto benissimo essere aumentata fino a circa 10° effettivi (precisamente $9^{\circ}46$), cioè un rapporto di 1/6, corrispondenti ad una pendenza del 17%, cui seguirebbe una pendenza sulla parete di $12^{\circ}15$ (21%).

Per inciso è da segnalare che, poiché un operaio è in grado di tirare in modo relativamente agevole un peso di 50 kg. (pari a 490 newton) e che ogni blocco più la relativa slitta avrebbe pesato al massimo (escluso le travi della camera sepolcrale) circa 3000 kg. (pari a 29400 newton), se ne deduce che, teoricamente, su di una pendenza del 10% con coefficiente di attrito nullo sarebbero stati sufficienti 6 operai⁽⁵⁾; per motivi di sicurezza e di continuità nel trasporto si è comunque ritenuto più verosimile considerare come accettabile un rapporto di 6 operai/tonnellata per una pendenza del 10%, cui corrisponderebbero squadre di 15-20 operai per il traino dei comuni blocchi.

Il lavoro da compiere per innalzare i blocchi su tali pendenze era inoltre, in teoria, ulteriormente attenuato (Fig. 2) dal fatto di svilupparsi su di una superficie non parallela al lato di base ma leggermente deviata verso l'interno dell'edificio, anche se tale guadagno risulta praticamente insignificante per la pendenza proposta del 10%.

A conferma di quanto dedotto non va sottovalutato che molte delle rampe cerimoniali, su cui verosimilmente avrebbero dovuto essere trascinati tutti i blocchi destinati alla costruzione della piramide, hanno appunto una pendenza prossima al 10%, il che confermerebbe che tale pendenza era ritenuta accettabile per un traino siffatto.

Per soddisfare le richieste di leggerezza e di facile reperibilità del materiale da utilizzare per la costruzione di queste rampe, oltre che di un basso costo, si è immaginato che facessero uso di mattoni di fango e paglia seccati al sole che presentano una resistenza relativamente elevata.

⁽⁵⁾ $\text{Peso.g.sin}\beta = 29400.\sin 6^{\circ}$ (arrotondati per eccesso) = 3073 $3073 / 490 = 6$.

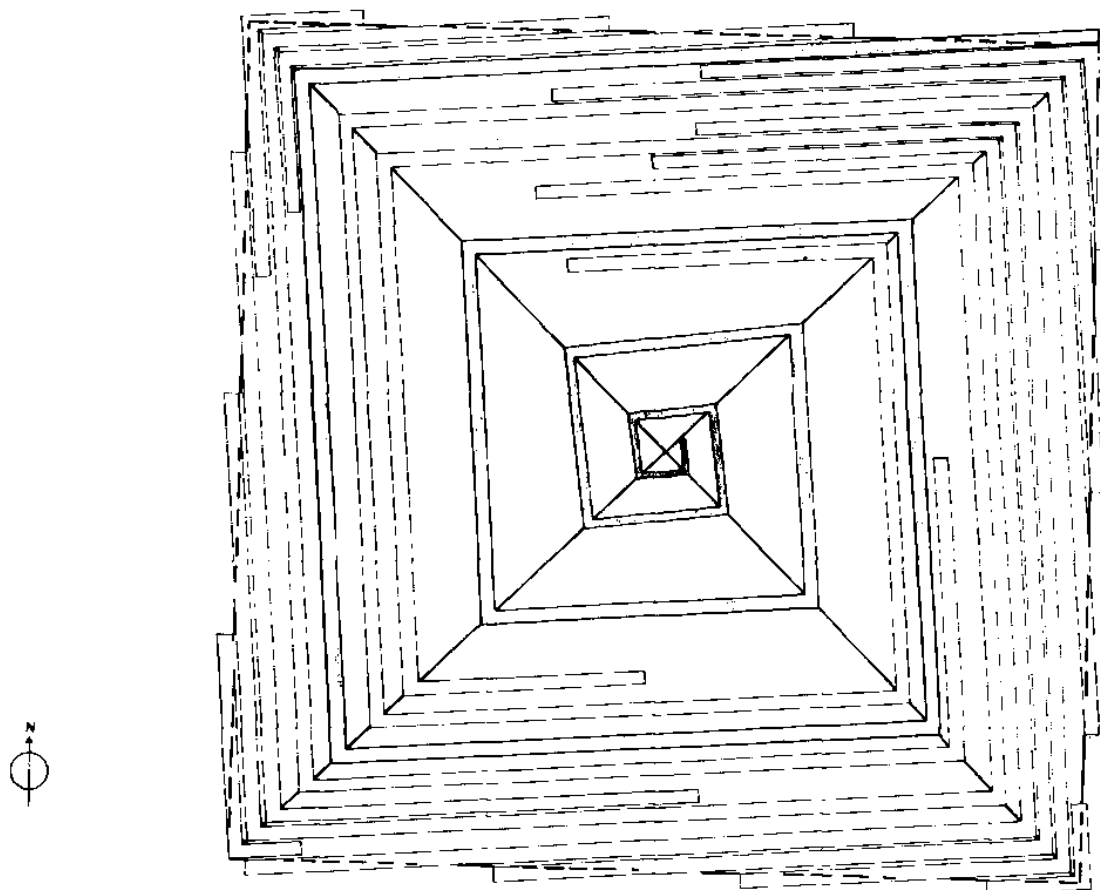


Figura 2 - Pianta in scala con tutte le 14 rampe teoricamente possibili; è evidenziata l'unica destinata a giungere in cima.

L'insieme di questa struttura era inoltre ulteriormente irrobustito (Fig. 3) con l'inserimento nella sua massa, secondo modalità che verranno illustrate in seguito, di un gran numero di traversine di legno di palma e di stuoie⁽⁶⁾.

Pur non disponendo di dati certi riguardanti la resistenza al taglio di questa "terra armata" per mancanza di esperienze precedenti e di un modello sperimentale, la constatazione che per argilla molto secca,

⁽⁶⁾ Da numerosi papiri è noto che per la costruzione di rampe, qualunque ne fosse la destinazione, venivano impiegati mattoni, stuoie e travi di legno, verosimilmente per elevare la resistenza al taglio di questa "terra armata", rendendola molto superiore a quella della sola argilla.

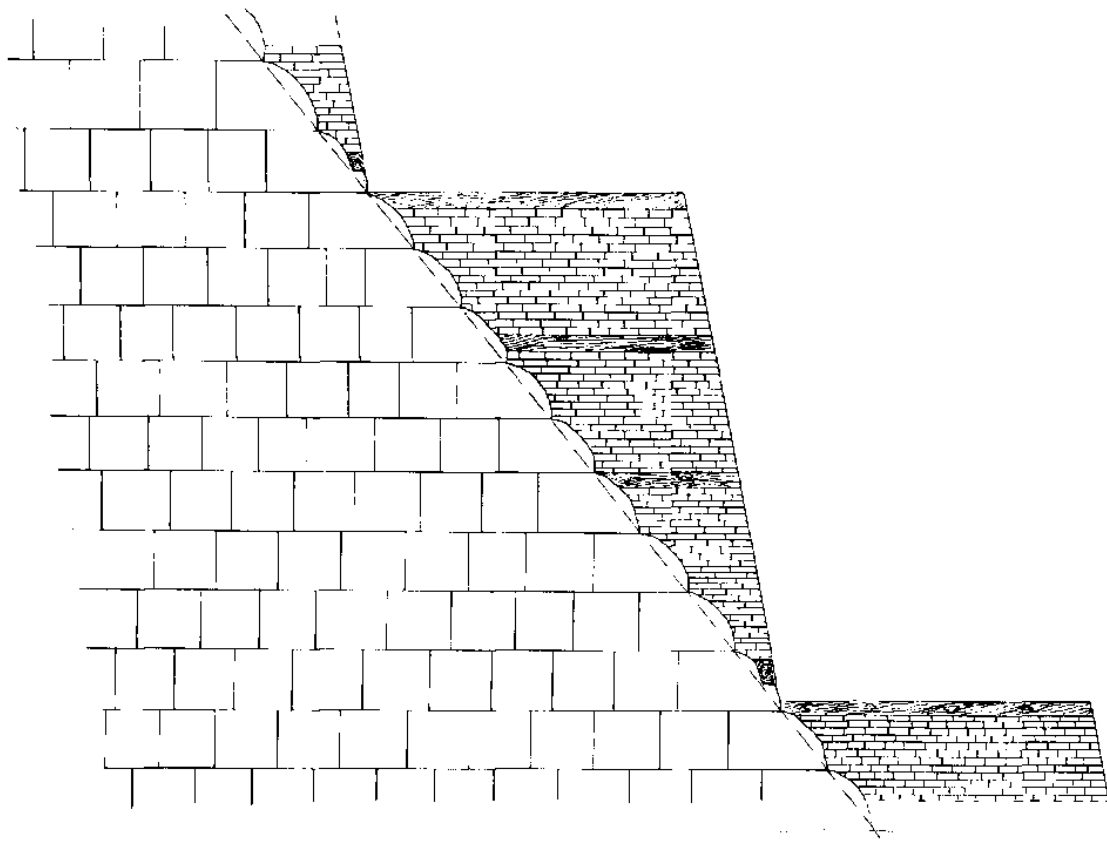


Figura 3 - Sezione di una rampa con evidenziata la sua struttura interna.

come è quella egiziana, miscelata a paglia si calcolino valori di circa 4,5 tonnellate per m^2 , ci ha consentito di ipotizzare che, rinforzata da stuoie e travi trasversali, possa raggiungere un valore complessivo sensibilmente superiore ai carichi che avrebbe dovuto sopportare, cui conseguirebbe una sufficiente sicurezza di utilizzo.

Data la necessità di poter usufruire negli strati più bassi di quante più rampe possibile, abbiamo calcolato che la distanza lineare minima intercorrente tra l'inizio di due rampe contigue, accettando la larghezza di 4,2 metri per i loro piani di calpestio, non potesse essere inferiore a 69,5 metri, distanza che, rapportata al modello di Cheope, avrebbe consentito la costruzione di un massimo teorico di 14 rampe; in base a complessi calcoli riguardanti la supposta portata oraria di ogni rampa, abbiamo però ritenuto più credibile il numero di 12 rampe in quanto, pur soddisfacendo ugualmente le esigenze sopra esposte, avrebbe richiesto un minor impegno di materiale e manodopera.

Nel caso ipotizzato di 12 rampe però, la distanza lineare effettiva tra due successivi piani di calpestio sarebbe divenuta di mt 76,6, compor-

tando un intervallo verticale libero dalle strutture delle rampe di circa mt. 0,71, compreso tra un piano di calpestio ed il piede della rampa sovrastante.

Pur senza inficiare nulla di quanto affermato, dobbiamo segnalare che sarebbe compatibile con le precedenti considerazioni anche un modello che prevedesse la contemporanea esistenza di due tipi di rampa: rampe maggiori destinate al trasporto ed altre minori di dimensioni estremamente contenute, con la sola funzione accessoria di facilitare la costruzione delle maggiori.

Secondo questo modello, da noi esaminato e verificato nella sua fattibilità, si potrebbe pensare all'esistenza su ogni faccia di rampe maggiori alternate a quelle minori in cui ogni scarpa possa, per facilità costruttiva, essere a contatto del piano di calpestio di quella inferiore.

Pur avendone verificato la possibilità abbiamo optato per la precedente soluzione in quanto ci è sembrata più omogenea e quindi più facilmente realizzabile.

Ipotizzato tale modello abbiamo provato ad immaginare le fasi costruttive che avrebbero dovuto susseguirsi per rendere fattibile questa metodica.

Come si è detto precedentemente, il problema del trasporto in quota del materiale da costruzione si poneva al termine della posa del primo corso dell'edificio (Fig. 4); a tal fine da 12 punti, distanti 76,6 metri l'uno dall'altro (corrispondenti a circa 146 cubiti), si iniziavano ad

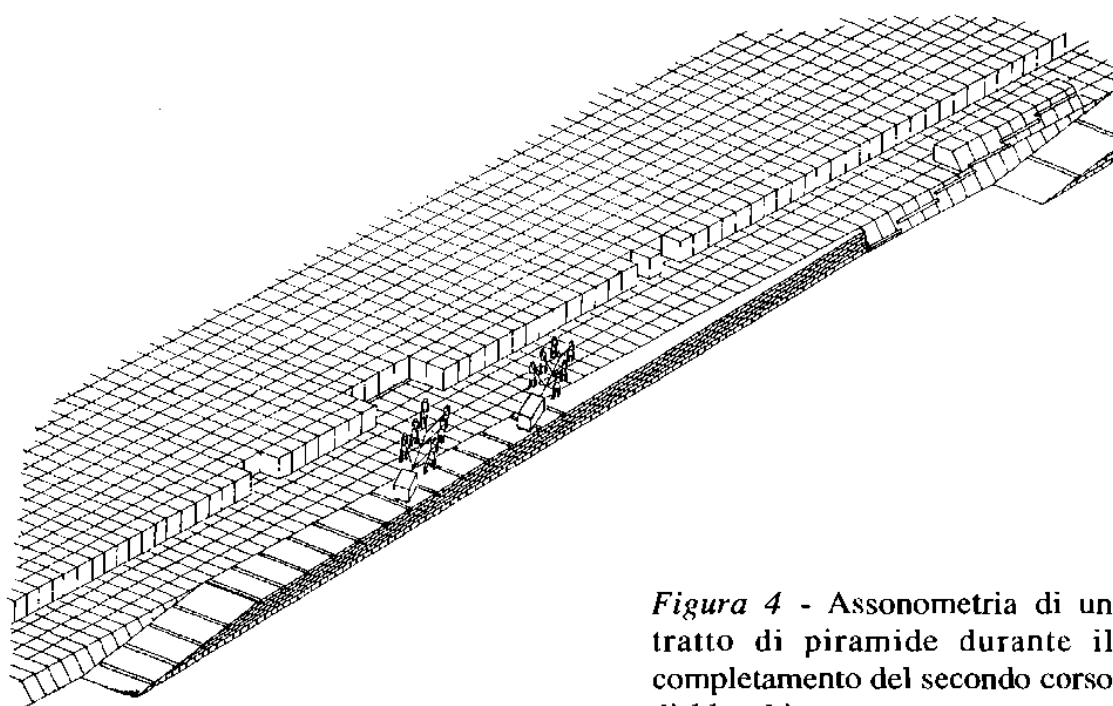


Figura 4 - Assonometria di un tratto di piramide durante il completamento del secondo corso di blocchi.

innalzare tutto attorno alla piramide le rampe le quali, adagiate contro la muratura già in opera con la faccia interna, erano sostenute esternamente dalla scarpa di contenimento.

Poiché le rampe avrebbero dovuto rimanere in opera per molti anni e che il ripetuto passaggio delle slitte, soprattutto nei settori più bassi delle rampe, avrebbe finito per approfondire i solchi a tal punto da affondare i pattini, abbiamo pensato che sarebbe stato necessario collocare delle traversine di legno di palma sul piano di calpestio, posizionate in maniera simile a quelle delle ferrovie, le quali sarebbero dovute essere ricoperte da un leggero strato di limo fluido per facilitare lo scorrimento; tali traversine avrebbero anche ottenuto l'effetto, a causa della fibrosità del materiale usato, di trattenere maggiormente l'acqua necessaria a mantenere fluido il limo, onde diminuire le richieste di questo prezioso, e pesante, elemento.

Un'altra importante funzione di queste traversine sarebbe stata quella di fungere da fulcro per le leve che avrebbero dovuto impedire lo scivolamento delle slitte cariche lungo il piano inclinato della rampa, durante le manovre di avvicinamento delle squadre.

Giunta con il piano di calpestio alla sommità del corso posto in opera, la rampa sarebbe stata continuata in orizzontale per circa 69,5 metri⁽⁷⁾, ottenendo un aumento della superficie di distribuzione dei blocchi sul piano raggiunto; su questa parte pianeggiante, che sarebbe stata successivamente inglobata nell'innalzamento della rampa, sarebbero state poste stuoie ed altre traversine con la stessa funzione precedentemente esposta di migliorare lo scorrimento, le quali, al crescere della rampa, avrebbero costituito l'armatura della struttura gravante su di esse, collaborando ad aumentarne la resistenza al taglio.

I blocchi, dopo aver percorso il piano di calpestio, sarebbero stati quindi distribuiti alle loro sedi definitive percorrendo le superfici superiori del corso già in opera cosparse di limo fluido; questo accorgimento spiegherebbe le grandi quantità di malta argillosa trovate su tutte le superfici di separazione tra un corso e l'altro delle piramidi conosciute.

Il fatto poi che a queste basse quote vi sarebbe stata una grandissima richiesta di materiale, sarebbe stata soddisfatta da questo modello sia per la superficie totale disponibile per il sollevamento dei blocchi (derivata dalla somma delle larghezze di tutti i piani di calpestio), sia perché, avendo previsto ben 12 rampe, il materiale sarebbe giunto da

⁽⁷⁾ Questa misura è derivata da una sezione orizzontale di una rampa alta mt. 6,95 (l'altezza corrispondente alla rampa in questione) con una pendenza del 10%.

altrettante direzioni diverse, evitando problemi di movimento e di smaltimento di quanto giunto sul piano della costruzione.

Quando le rampe avessero raggiunto l'altezza di mt. 6,95 dal suolo, corrispondente all'altezza stabilita per la rampa stessa (Fig. 5), avrebbero iniziato a sostenersi da loro stesse appoggiandosi internamente alla faccia non ancora lisciata della piramide, che presentava quindi molte sporgenze atte ad aumentare l'attrito tra le rampe medesime e l'edificio, e sostenute esternamente dalla scarpa della rampa che si appoggiava inferiormente su di una trave collocata parallelamente alla base della piramide.

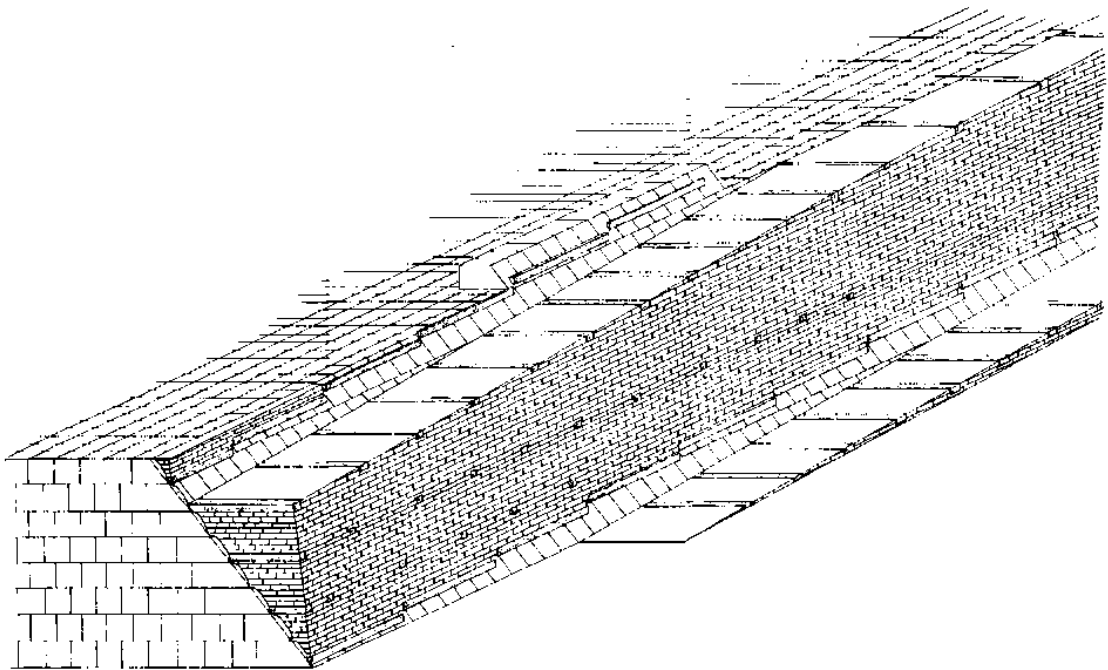


Figura 5 - Sezione assonometrica di un tratto di piramide con evidenziate le modalità di collocazione delle travi longitudinali.

Poiché infatti le rampe avrebbero dovuto autosostenersi, abbiamo pensato che necessitassero di un appoggio onde evitare che il piede della scarpa potesse scivolare sulla superficie già costruita; a tale fine, dato che lo sforzo applicato su questo punto sarebbe stato minimo in quanto la maggior componente del peso della rampa si sarebbe scaricata sulla superficie della piramide lasciata bugnata proprio per questo scopo, abbiamo immaginato che tale appoggio avrebbe potuto consistere in una semplice trave di legno di palma posta orizzontalmente e fissata alla stessa bugnatura, al più sagomata appositamente per questa funzione.

Per la sua posa in opera (Fig. 6) gli operai avrebbero potuto lavorare direttamente dal piano della piramide raggiunto dalla rampa; poiché infatti avrebbe costituito la base su cui si sarebbe successivamente appoggiata la rampa costruita sulla sua verticale⁽⁸⁾, tale trave andava posta all'estremità distale del tratto orizzontale della rampa cosicché le maestranze avrebbero potuto collocarla immediatamente dopo aver posto in opera i blocchi di rivestimento su cui sarebbe stata fissata.

Il fatto stesso che le inclinazioni delle grandi piramidi canoniche in pietra conosciute siano tutte comprese tra i $43^{\circ}20'$ (Snefru nord) ed i $54^{\circ}30'$ (Snefru sud)⁽⁹⁾ ci ha fatto pensare che dovesse esistere un motivo a tale contenimento di pendenza; se una spiegazione potrebbe risiedere nel tentativo di ottenere la maggior altezza possibile del monumento senza comprometterne la stabilità, un altro motivo potrebbe essere

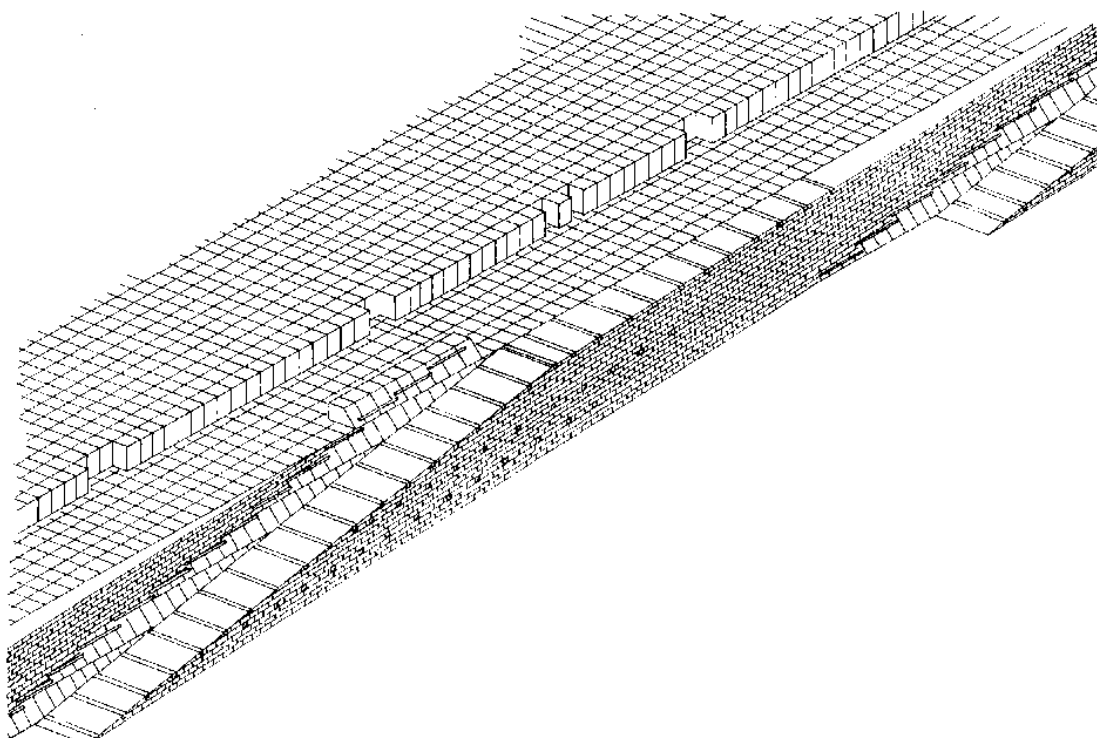


Figura 6 - Assonometria di un tratto di piramide durante il completamento del quinto corso di blocchi.

⁽⁸⁾ In effetti non si sarebbe trattato esattamente di una verticale in quanto essendo le rampe appoggiate ad un piano inclinato (la faccia della piramide) avrebbero avuto una direzione costantemente convergente verso il centro della costruzione, per cui tale "verticale" è da intendersi rispetto alle forze agenti sulla trave stessa, ma non al piano di calpestio il quale, in questo punto, sarebbe stato arretrato di mt. 1,226 all'interno della trave, corrispondente allo sviluppo orizzontale della scarpa.

⁽⁹⁾ Bisogna sottolineare che questi estremi sono rappresentati dai primi due tentativi di piramidi canoniche, mentre tutte le altre presentano pendenze aggirantesi attorno ai 52° .

ravvisato proprio nella necessità di non rendere eccessivamente instabili le supposte rampe autosostenentesi che, per tale loro caratteristica, avrebbero dovuto sfruttare proprio tale pendenza.

La fattibilità di questa rampa ci è stata suggerita dalla constatazione che, ripetendo questa successione di operazioni con le medesime metodiche per ogni corso di materiale posto in opera, si sarebbe potuto raggiungere ed operare a qualunque altezza.

Poiché anche l'edificazione degli alti muri dei templi avrebbe verosimilmente richiesto la tecnica dei piani inclinati, è plausibile ritenere che le rampe di costruzione poste sulla faccia est della piramide fossero contemporaneamente sfruttate per innalzare anche le parti più occidentali dei muri del tempio; una conferma a questa considerazione sembra di poterla ravvisare nel particolare aspetto del tempio a monte di Micerino, che presenta una parte occidentale in pietra ed il rimanente in mattoni.

È noto infatti che questo sovrano sia morto prima del completamento di gran parte del suo Complesso funerario; in particolare al momento della sua morte sembra che la piramide non fosse terminata e che il tempio a monte fosse stato solamente iniziato.

Il fatto che la piramide non fosse completata, lascia presumere che le rampe avvolgenti fossero ancora in opera; poiché secondo il nostro modello le rampe sulla faccia est della piramide dovevano servire, alle altezze inferiori, anche all'edificazione dei muri occidentali del tempio i quali al crescere dell'altezza delle rampe sarebbero stati successivamente inglobati nella loro massa, questa ipotesi spiegherebbe il motivo per cui la parte del tempio edificata da Micerino, in pietra, risulti più alta nei pressi della piramide ma degradi sempre più man mano che ci si allontana dall'edificio principale.

La spiegazione di questa singolarità risiederebbe, secondo il nostro modello, nel fatto che al momento della morte del sovrano l'unica parte già edificata del tempio, gli alti muri occidentali, fossero sotterrati all'interno delle rampe costruttive, mentre il resto sarebbe stato abbandonato in fase iniziale; il figlio Shepseskaf, portando a termine il Complesso paterno, completò la costruzione della piramide pur senza procedere, se non limitatamente alle adiacenze dell'ingresso, alla rifinitura del suo rivestimento e, trovando al momento dello smontaggio delle rampe questa parte del tempio già costruita, limitandosi a completare il rimanente utilizzando parte della massa muraria delle rampe stesse.

Stabilite le dimensioni ed il numero delle rampe alla base della piramide, poiché la forma stessa dell'edificio avrebbe richiesto una minor quantità di materiale man mano che si innalzava dal suolo, ci

siamo domandati quante rampe sarebbero state necessarie per far giungere la quantità di blocchi richiesta ad una determinata altezza conservando un flusso costante.

Si è così evidenziato che, pur con i limiti costituiti da un rigido modello matematico, il numero delle rampe necessarie ad altezze crescenti diminuiva grandemente: così delle 12 rampe ipotizzate a livello del suolo, a mt. 30 ne erano sufficienti solo più 6; da ciò deriva che a metà dell'edificio erano necessarie solamente più 2 rampe ed a mt. 82,80 dalla base, poco oltre la metà altezza dell'edificio, anche la penultima non sarebbe più stata necessaria.

Terminata la funzione di trasporto però ci siamo accorti che se si fosse interrotta anche la loro esistenza fisica, si sarebbero lasciati spazi di parete troppo alti per essere raggiungibili durante le successive operazioni di rifinitura; così abbiamo pensato (Fig. 7) che se si fosse semplicemente ridotta la larghezza del piano di calpestio di alcune rampe dagli originali 4,2 metri a circa 2,1 (corrispondenti a 4 cubiti), si sarebbero potute continuare le stesse anche ad altezze maggiori consentendo i successivi lavori di rifinitura ma diminuendo enormemente la quantità di materiale necessario alla loro stessa edificazione.

Oltre a tutto il modello proposto presenta, con il crescere dell'altezza dal suolo, un limite insito nella stessa struttura delle rampe che ne condiziona la indefinita possibilità di replicazione: diminuendo infatti costantemente la larghezza della faccia che ogni rampa doveva percorrere prima di svoltare su quella contigua, l'innalzamento che si poteva raggiungere si riduceva progressivamente; ogni rampa quindi avrebbe presentato un limite minimo di distanza dal piano di calpestio della rampa più prossima (corrispondente all'altezza della propria scarpa) sotto il quale ne avrebbe invaso il piano di calpestio.

Questa considerazione ci ha portato a desumere, confermando quanto sopra esposto, che, raggiunto tale limite, le rampe avrebbero potuto continuare ad esistere solo a condizione di restringere il piano di calpestio⁽¹⁰⁾ (Fig. 8); condizione accettabilissima in quanto essendo cessata la funzione di trasporto di materiale, avrebbero avuto una mera funzione di sostegno delle basse intelaiature necessarie a raggiungere la superficie da rifinire.

Nel momento in cui anche questa rampa ridotta avesse diminuito eccessivamente la sua distanza da quella sottostante, tanto da dover scendere al di sotto dell'altezza minima consentita dai limiti preceden-

⁽¹⁰⁾ Ciò in quanto la distanza minima tra due rampe contigue è in funzione dell'altezza della scarpa di quella superiore, la quale è a sua volta derivata dalla larghezza del piano di calpestio.

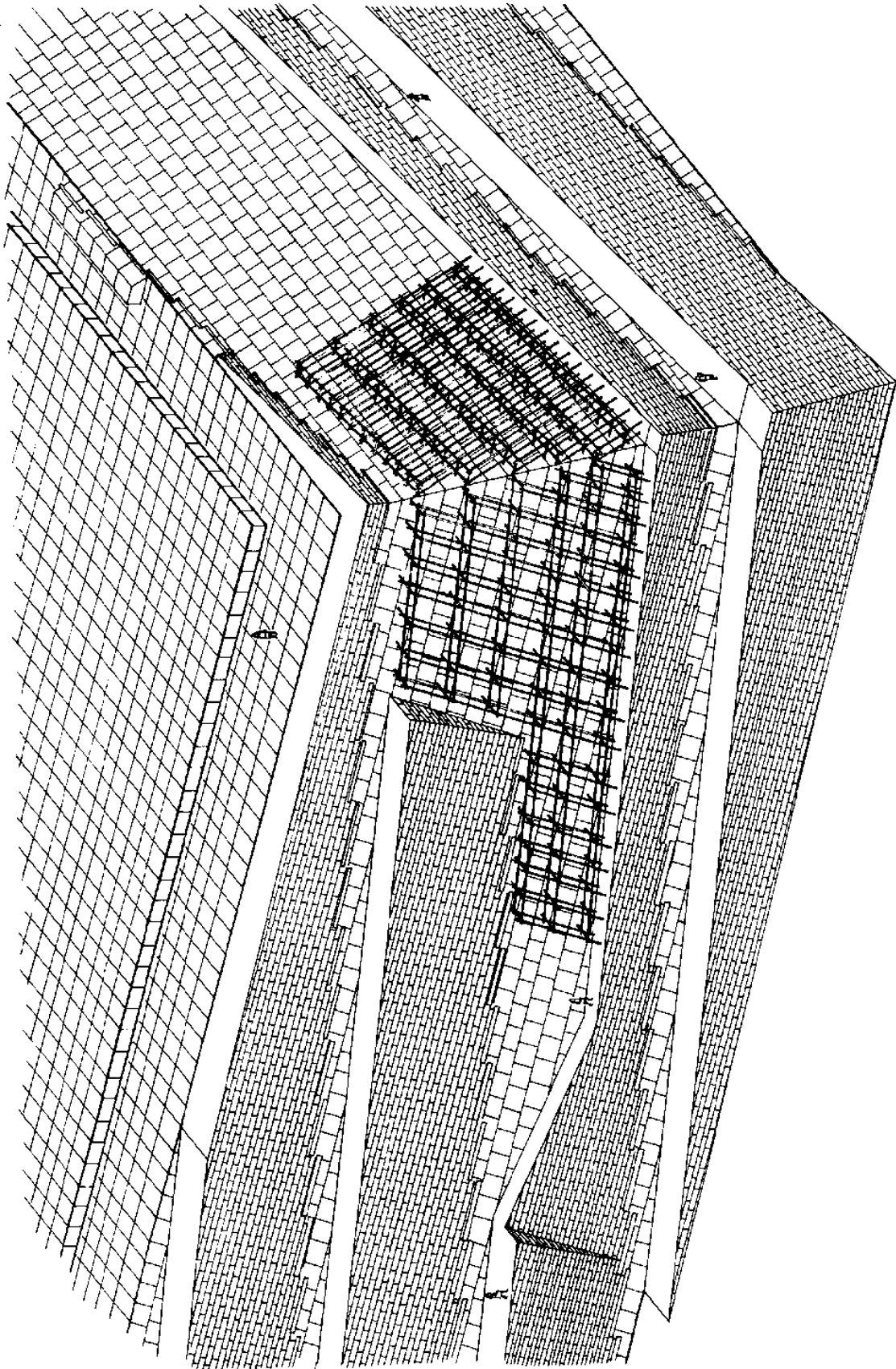


Figura 7 - Assonometria di un angolo della piramide con alcune rampe in differenti aspetti funzionali.

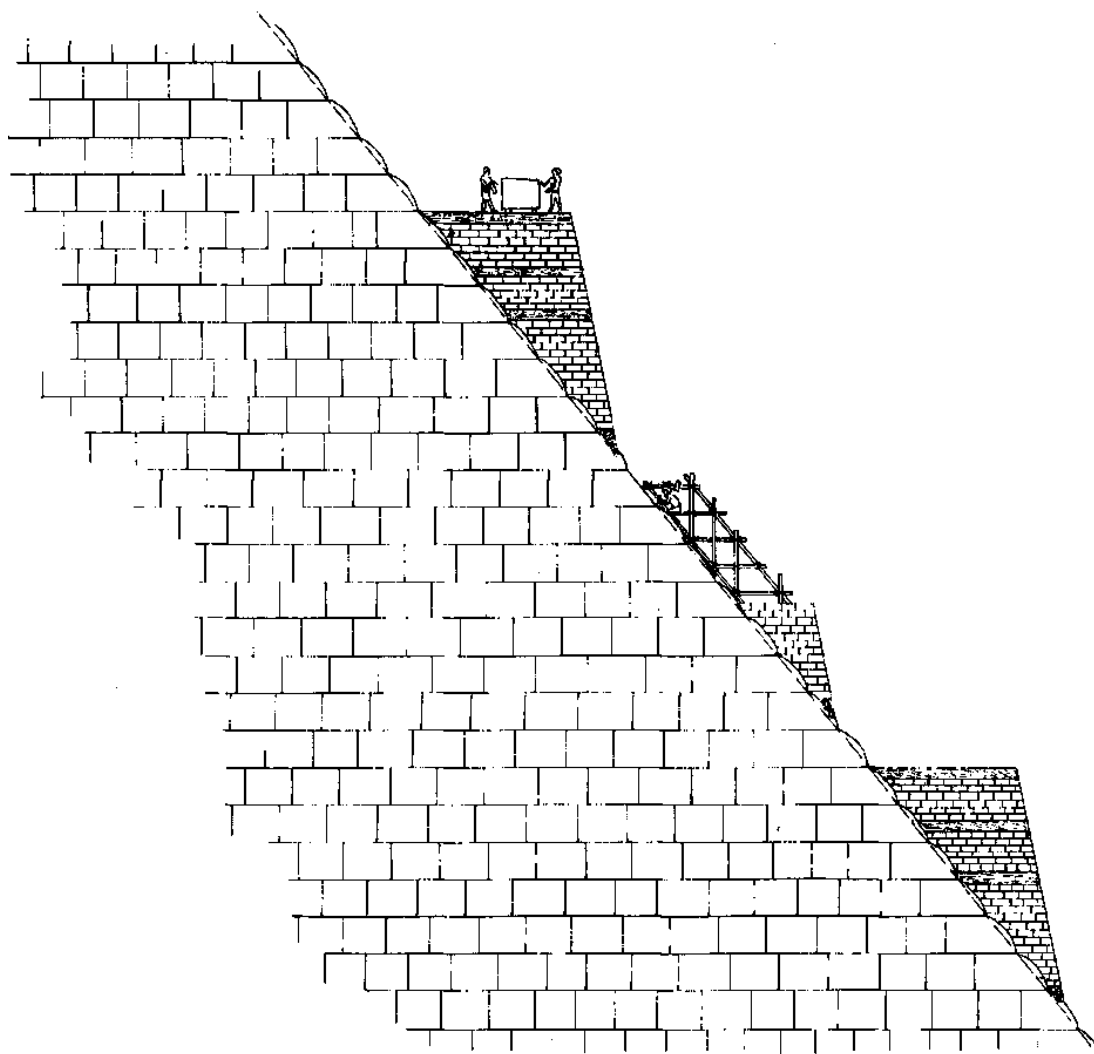


Figura 8 - Sezione laterale di un tratto di piramide con scalpellini all'opera per la fase di rifinitura.

temente esposti, si sarebbe potuto benissimo interromperla definitivamente in quanto a quel punto l'altezza complessiva da superare, tra il piano della rampa inferiore e la base della scarpa della rampa superiore a quella interrotta, sarebbe stato contenuto in termini accettabili.

Secondo quanto risultato da questa considerazione le superfici libere della piramide non avrebbero mai superato un'altezza raggiungibile da un'incastellatura leggera su cui gli operai avrebbero potuto lavorare agevolmente; la massima altezza di superficie libera si sarebbe infatti manifestata negli avvolgimenti superiori della rampa più lunga, ma non avrebbe mai ecceduto i 10 metri.

In base al modello suesposto quindi delle molte rampe che avevano

iniziato alla base ad avvolgersi attorno alla piramide di Cheope solamente una sarebbe giunta in vetta in quanto tutte le altre, terminata la loro funzione di trasporto, ed in alcuni casi dopo aver proseguito per un tratto di dimensioni ridotte con mera funzione di sostegno alle impalcature, sarebbero state interrotte.

Fino a questo punto la concordanza dei valori numerici di questa ipotesi costruttiva e la sua fattibilità sembrava rispondere sufficientemente a tutte le premesse, ma alcune verifiche relative al contenimento del volume, alla possibilità dei carichi maggiori di percorrere le svolte delle rampe e, soprattutto, alle modalità con cui tali rampe sarebbero passate da una faccia all'altra, necessitavano ancora di una particolare conferma.

Per quanto riguarda il primo quesito, un calcolo relativamente semplice indicò in circa 170.000 m³ il volume complessivo delle rampe, pari a circa il 6,5% del volume della piramide; tenendo presente che i modelli precedenti indicavano per la rampa costruttiva un volume variabile tra il 50 ed il 150% di quello della piramide, era evidente che il modello in questione rispondeva al meglio alla condizione di contenimento del volume.

Il secondo aspetto, riguardante la possibilità per le lunghe travi destinate alle camere sepolcrali di percorrere le svolte delle rampe, fu verificato per mezzo di un modello matematico che ne confermò la percorribilità.

A riguardo è da precisare che la necessità di poter compiere un cambiamento di direzione per le slitte destinate al trasporto di questi grandi pesi ci ha fatto presumere che queste dovessero avere, a differenza di quelle destinate al trasporto dei normali blocchi, un fondo piatto; tale requisito era imposto dalla necessità, malgrado il notevole peso sopportato, di poter mutare direzione (fortemente limitata nel caso di slitte con pattini) oltre che dalla comodità di una più uniforme distribuzione dello stesso.

Pur non avendo mai trovato slitte siffatte (per altro è da precisare che anche quelle usuali, necessariamente molto più numerose, sono state trovate in rarissimi esemplari), in base a confronti ed alla rispondenza alle necessità di trasporto, si è potuto ipotizzare che queste dovessero avere una dimensione di circa 5 metri (9,5 cubiti) per 2 (4 cubiti).

Con un trasporto organizzato in tale modo le travi avrebbero potuto percorrere le svolte delle rampe in quanto il punto di appoggio sul piano di calpestio, costituito dalla sola slitta, era inferiore alla corda minima della svolta e la sporgenza delle travi sulle slitte (circa 3 metri lineari complessivi) era contenuta in limiti compatibili con una sicurezza di manovra, tantopiù che questi carichi avrebbero dovuto compiere solamente 3 svolte prima della posa in opera.

Per quanto riguarda le modalità di tale manovra è ben documentato in altre situazioni che per i grandi carichi (obelischi o i sarcofagi del Serapeum) gli operai venivano suddivisi in varie squadre di cui alcune spingevano le slitte, mentre altre si occupavano del cambiamento di direzione.

L'ultimo quesito, quello relativo alle modalità con cui la rampa avrebbe potuto aggirare lo spigolo della piramide, parve invece di più complessa verifica.

Una basilare regola costruttiva facilmente verificabile anche con un semplice modello grafico indica infatti che un piano viabile ascendente che aggiri uno spigolo inclinato, e di cui si mantengano invariati i parametri della massicciata, presenta una diminuzione di larghezza nel tratto seguente a tale svolta; questa singolare caratteristica è data dal diverso percorso che compiono, in tali circostanze, il piano viabile ed il piede della scarpa di sostegno.

Verificando infatti il restringimento che subirebbe in tali circostanze una rampa di 8 cubiti con una pendenza del 10% che affronti uno spigolo inclinato di $42^{\circ}2^{(1)}$, ottenemmo un fattore di diminuzione costante di 0,86, pari nel caso in esame ad un valore di circa 2 cubiti; in altre parole ad ogni svolta tale rampa avrebbe ristretto il proprio piano di calpestio di un metro circa.

Per ovviare a tale limitazione si possono adottare tre sole soluzioni: 1) aumentare gradualmente ma costantemente la pendenza laterale della scarpa in prossimità della svolta, 2) abbassarne il piede nelle adiacenze dello spigolo o 3) accettare tale diminuzione e prevedere una larghezza iniziale del piano viabile tale che consenta di mantenere, al suo termine, una dimensione ancora sufficientemente utile.

Scartata la prima soluzione per lo scarso guadagno ottenibile e per la sua difficile attuabilità, e la terza per il sensibile aumento volumetrico ad essa conseguente, per il totale sovvertimento dei calcoli precedenti cui sarebbe conseguita una marcata riduzione del numero totale delle rampe possibili con un conseguente minor flusso di materiale negli strati più bassi della piramide, oltre che per i problemi derivati dal continuo cambiamento della sua sezione cui sarebbero conseguiti accorgimenti costruttivi costantemente variati (e quindi apparentemente alieni dalla mentalità egizia), abbiamo cercato di verificare la possibilità costruttiva della soluzione che prevede un abbassamento del piede, in quanto a nostro avviso più facilmente realizzabile.

⁽¹⁾ Angolo tra lo spigolo e la diagonale di base della piramide di Cheope appunto.

Secondo questa soluzione (Fig. 9) è necessario che il punto di appoggio della scarpa diventi orizzontale in prossimità dello spigolo onde mantenere la medesima distanza dal piano di calpestio, e che tale orizzontalità si mantenga, per la stessa lunghezza, anche sulla faccia successiva; il punto di cambiamento della direzione del piede infatti deve corrispondere alla verticale del punto di raggiungimento del piano viabile con lo spigolo.

Di conseguenza sul piano di calpestio si viene a determinare un pianerottolo quadrato i cui limiti sono costituiti dalla proiezione laterale di tale unione.

Nel caso in esame tale soluzione si è dimostrata attuabile in quanto il tratto orizzontale avrebbe dovuto essere lungo mt. 5,42 (circa 10 cubiti); tale misura, costante per ogni rampa, su ogni faccia e ad ogni altezza, era facilmente determinabile in quanto la costruzione avveniva per strati orizzontali e ad ogni corso il blocco di spigolo, da cui si sarebbe dovuto prendere tale misura, era posto in opera per primo.

In altre parole seguendo lo schema costruttivo della rampa illustrato

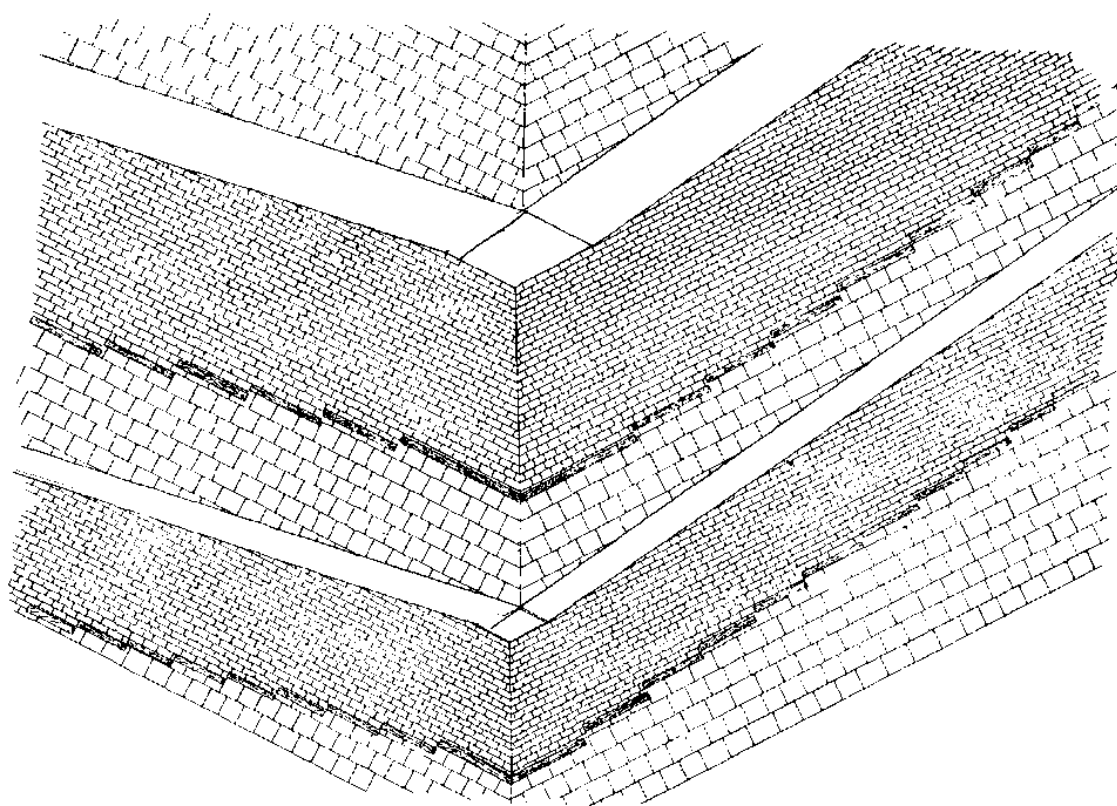


Figura 9 - Assonometria di uno spigolo della piramide con sottolineate le modalità di cambiamento di direzione della rampa.

precedentemente, quando la posa in opera della trave longitudinale di appoggio della scarpa fosse giunta a 10 cubiti dallo spigolo indicato dal blocco di rivestimento angolare del corso in costruzione, sarebbe stato sufficiente collocare le successive in orizzontale, ad aggirare lo spigolo della piramide, per una distanza complessiva di 20 cubiti (10 su ogni faccia contigua), dopo i quali si sarebbe potuto riprendere la predenza precedente.

La fattibilità di questa soluzione sembra anche confermata dal fatto che, se apparentemente questo tratto orizzontale del piede della scarpa avrebbe raggiunto il piano di calpestio di quella inferiore un metro e 35 dopo la svolta, in effetti tale sovrapposizione non sarebbe avvenuta in quanto prima che la rampa più lunga di ogni lato avesse raggiunto lo spigolo, si sarebbero potute abbandonare alcune di quelle sottostanti in quanto non più necessarie; in particolar modo tale dismissione sarebbe potuta avvenire, quasi con esattezza matematica, a rampe alterne, consentendo quindi un'ampio spazio libero sottostante ad ogni rampa con funzione di trasporto.

Apparentemente quest'ultimo dato sembra in contraddizione con quanto affermato sopra, secondo cui a mt. 21,33 dal suolo, corrispondente al punto di unione tra la rampa più lunga di una faccia e lo spigolo su cui avrebbe dovuto svoltare, sarebbero state necessarie ancora 8 rampe per mantenere un flusso di materiale costante per la costruzione della piramide.

In effetti, essendo quest'ultimo un dato rigidamente teorico, e sussistendo il problema limitatamente ad una sola svolta, per ottenere un numero di rampe compatibile con quanto sopra affermato sarebbe sufficiente interrompere prematuramente due rampe, tantopiù che una di queste sarebbe stata comunque abbandonata a mt. 24,17 cioè poco al di sopra della quota considerata, e che ciò avrebbe comportato solamente un leggero ritardo nell'afflusso di materiale a questa quota.

Superato il primo spigolo le 6 rampe maggiori sopravvissute sarebbero state intervallate da uno spazio libero sufficientemente ampio da non interferire con la realizzazione dell'abbassamento del piede sugli spigoli successivi, e quelle proseguite⁽¹²⁾ con mera funzione accessoria, sarebbero state di dimensioni così contenute da non creare alcuna incompatibilità.

A maggior ragione dopo il completamento del primo avvolgimento,

⁽¹²⁾ Dopo il primo spigolo le poche rampe accessorie sopravvissute avrebbero percorso solamente più una faccia prima di essere interrotte definitivamente, potendo essere sostituite, con il medesimo significato, da quelle maggiori dismesse dalla loro funzione di trasporto.

quando vi sarebbero state solamente più due rampe adibite al trasporto più alcune altre di dimensioni ridotte con funzione accessoria, non vi sarebbe più stata alcuna limitazione all'abbassamento del piede della scarpa in prossimità dei successivi spigoli.

Terminato anche il secondo avvolgimento, con il mutare della pendenza ed il conseguente ipotizzato restringimento del piano viabile a soli 6 cubiti, si sarebbe potuto ripetere il medesimo sistema dell'abbassamento della scarpa, con l'unico accorgimento di limitare il tratto orizzontale a mt. 4,07 dallo spigolo (pari a 7,5 cubiti circa), in conseguenza della minor altezza della scarpa stessa.

È da precisare che per evitare il brusco cambiamento di pendenza in corrispondenza di tali pianerottoli che avrebbe reso difficoltosa la risalita delle slitte, si poteva ovviare (come in uso attualmente per i tornanti di montagna) con un progressivo lieve abbassamento del piano viabile in arrivo ed un altrettanto progressivo lieve innalzamento di quello in partenza, senza dover ricorrere ad alcuna sostanziale variazione nelle metodiche ipotizzate.

Un quesito interessante che ci siamo posti a questo punto è se la scelta di questa rampa destinata a procedere fino alla sommità del monumento poteva essere casuale o, altrimenti, quale criterio poteva vincolarne la scelta; alcune osservazioni ci hanno suggerito che tale scelta non doveva essere casuale e che la rampa in questione dovesse, facilmente, essere quella che iniziava in prossimità dell'angolo NE dell'edificio.

Questa conclusione ci è sembrata la più probabile in quanto è quella che maggiormente risponde alle numerose condizioni esistenti, di cui la più eclatante era la comodità all'approvvigionamento dei blocchi semilavorati; dato infatti che questi verosimilmente provenivano dalla futura rampa cerimoniale posta generalmente sul lato est del Complesso, abbiamo ritenuto plausibile che, in linea di massima, le prime rampe ad essere abbandonate dovessero essere quelle site alla maggior distanza da questa fonte, quindi quelle che avevano origine dal lato ovest.

Proseguendo con questo criterio abbiamo ritenuto che, tendenzialmente, sarebbero state abbandonate successivamente quelle dei lati nord e sud il cui inizio era posto a maggior distanza; di conseguenza la scelta avrebbe dovuto essere limitata a quelle del lato est ed a quella posta in prossimità dell'angolo NE.

Ma poiché le prime avrebbero potuto intralciare la costruzione degli edifici accessori del Complesso, come il tempio a monte e la piramide satellite, abbiamo ritenuto verosimile, per esclusione, che la rampa originantesi sulla faccia nord in prossimità del suo angolo orientale fosse quella che maggiormente avrebbe risposto alle condizioni precedentemente esposte, lasciando la più ampia libertà di movimento alle ma-

estranze per la prosecuzione della costruzione del Complesso, e, contemporaneamente, richiedendo il minor percorso possibile al materiale da costruzione, tra la fine della rampa cerimoniale e l'inizio di quella avvolgente.

Pur ritenendo fondato il criterio tendenziale di esclusione delle rampe poste sulle altre facce della piramide, dobbiamo segnalare che, per motivi di praticità, è presumibile che nell'ambito di ogni singola faccia siano state abbandonate per ultime le rampe che presentavano lo sviluppo maggiore, con il conseguente maggior guadagno in altezza.

Due osservazioni che sembrerebbero confermare tale ragionamento sono quelle relative al Complesso meridionale di Snefru a Dahshur, ove la rampa cerimoniale giunge proprio in prossimità dell'angolo NE della piramide, ed a quello settentrionale dello stesso faraone, nelle cui adiacenze sono visibili sul terreno chiare tracce di rampe di avvicinamento che si dirigono proprio verso tale angolo; non è da sottovalutare infatti che questi edifici rappresentano i prototipi delle piramidi di grandi dimensioni, costruite verosimilmente secondo criteri che sarebbero stati seguiti per tutte le piramidi maggiori dell'Antico Regno.

Verificando gli avvenimenti che si sarebbero dovuti succedere innalzando il monumento, è stato possibile calcolare che il modello ipotizzato avrebbe consentito di raggiungere, al termine del primo avvolgimento della rampa, l'altezza di mt. 68,51.

Poiché secondo i nostri calcoli a quell'altezza, che nella piramide di Cheope corrisponde alla sommità dell'ultimo strato delle travi a contrasto che proteggono la Camera Sepolcrale⁽¹³⁾, vi erano ancora due rampe di cui una pienamente efficiente e l'altra di cui si iniziava a non sentire più la necessità, oltre ad un numero variabile di rampe ridotte a soli 2,1 metri di larghezza con funzione accessoria, si potrebbe supporre che, per soddisfare la richiesta del particolare afflusso di travi di grandi dimensioni a questo livello senza rallentare il flusso di materiale per la costruzione della sovrastruttura della piramide, si sarebbe potuto prolungare la rampa che aveva teoricamente cessato la propria funzione di trasporto pochi metri più in basso (a mt. 66,10), destinandola esclusivamente a questo scopo.

Una considerazione singolare è che questa altezza corrisponde, con discreta approssimazione, al multiplo della distanza intercorrente tra i livelli dei vani posti sulla stessa verticale esistenti in quel punto: il pavimento della stanza cosiddetta della regina è infatti posto a circa 21

⁽¹³⁾ È stato da più parti ipotizzato, per similitudine con altri edifici piramidali, che al di sopra dell'unico strato di travi a contrasto visibile ne esistano altri due.

metri dal piano del cortile perimetrale, il pavimento della cripta del re è circa 21,83 metri al di sopra di esso e l'intradosso delle travi a contrasto di copertura a circa 21 metri e 20, cui, per somiglianza con altre strutture similari, bisogna aggiungere circa mt. 7,5 di spessore della copertura, al vertice del contrasto.

Pur non volendo scendere sul piano delle considerazioni cabalistiche, abbiamo ritenuto utile sottolineare questo fatto perché tale suggestiva relazione sembrerebbe non casuale, in quanto potrebbe rappresentare il risultato della volontà di collocare queste tre strutture a livelli equidistanti per ragioni di sicurezza statica, in uno spazio determinato empiricamente.

Il modello della rampa in questione avrebbe potuto essere ripetuto per tutto l'avvolgimento successivo, al termine del quale la rampa avrebbe raggiunto, sempre con la plausibile pendenza e larghezza iniziale, l'altezza di mt. 105 dal suolo, pari ai $\frac{2}{3}$ dell'altezza complessiva.

A questo punto il modello mostrerebbe l'incongruenza già segnalata di andarsi a sovrapporre al suo stesso precedente avvolgimento, per cui ci siamo posti il problema di come si sarebbe potuto superare tale "emphase"; la soluzione ci è stata fornita dalla constatazione che in questa, come in tutte le altre piramidi, i blocchi di struttura si dimostrano di dimensioni decrescenti con l'aumentare dell'altezza dal suolo.

In tali circostanze è stato rilevato da molti studiosi che sarebbe possibile, senza alterarne la funzionalità, immaginare un aumento di pendenza della rampa che, a nostro avviso, sarebbe stato sufficiente contenere entro $9^{\circ}46'$ pari ad un rapporto di $\frac{1}{6}$.

Oltre a questa variazione, la diminuzione delle dimensioni medie dei blocchi avrebbe consentito il restringimento della rampa a soli 3,15 metri, conservando una agevole possibilità di movimento e di trasporto; come conseguenza di ciò l'altezza della scarpa, e quindi l'altezza minima tra due piani di calpestio contigui, si sarebbe ridotta a soli mt. 5,21.

Senza variare alcunché di questo nuovo modello la rampa sarebbe stata in grado di raggiungere la sommità dell'edificio con altri tre avvolgimenti per una lunghezza complessiva dalla base di circa 1500 metri, compatibile con una possibilità di trasporto del materiale relativamente agevole, eventualmente restringendo ulteriormente il piano di calpestio a soli mt. 2,1 (4 cubiti) nell'ultimo avvolgimento.

Il progressivo restringimento della faccia su cui la rampa erigenda avrebbe dovuto adagiarsi avrebbe però richiesto, a nostro avviso, un lavoro sproporzionato rispetto al modesto incremento in altezza ottenibile; in altre parole al termine dei primi due avvolgimenti di questa rampa modificata, a circa metri 5,50 dalla sommità del monumento,

riteniamo che i costruttori avrebbero potuto decidere se continuare con il medesimo modello fino alla posa del pyramidion, per la qual cosa sarebbe stato richiesto un ulteriore avvolgimento (il V già compreso nel calcolo precedente), oppure ricorrere ad una modifica estemporanea data la scarsa quantità di materiale da porre in opera.

A nostro avviso infatti, pur ritenendo plausibile che possano aver continuato con il modello precedente fino al raggiungimento della sommità della piramide eventualmente elevando ulteriormente la pendenza della rampa e restringendone la larghezza a due metri e 10 per limitare il dispendio di materiali e di tempo, in quanto questa soluzione avrebbe consentito un agevole completamento dell'edificio e la sua successiva rifinitura, riteniamo che tale soluzione sarebbe stata poco remunerativa.

Supponendo invece che siano ricorsi a soluzioni estemporanee, abbiamo calcolato che il piano su cui si sarebbero trovati ad agire, determinato dalla superficie superiore dell'ultimo corso edificato, sarebbe stato un quadrato di 8 metri e 60 di lato e che la parte rimanente avrebbe dovuto innalzarsi di mt. 5,50 per raggiungere la cima, di cui circa 1,50 occupati dal solo pyramidion; in tale situazione avrebbero potuto sfruttare il modello delle rampe interne, anche soltanto utilizzando piani inclinati mobili (di legno) per innalzare i piccoli blocchi rimanenti.

Poiché in questo caso una faccia di quest'ultima parte della piramide sarebbe stata utilizzata per ricavarvi le rampe interne, la posa in opera del rivestimento sarebbe dovuta avvenire in due tempi successivi: durante la fase erigenda del nucleo si sarebbero potute completare nel modo consueto le tre facce residue, mentre in ultimo, durante la discesa degli operai, la parte mancante del rivestimento della faccia utilizzata per le rampe interne fino al piano dell'ultima rampa, avrebbe potuto essere collocata in opera dall'alto verso il basso utilizzando, solamente per questo spazio limitato, piccoli blocchi di rivestimento a sezione triangolare.

Questo sistema inoltre non avrebbe impedito la successiva lisciatura del bugnato del rivestimento in quanto la limitata altezza residua avrebbe potuto essere superata, come di consueto, con strutture momentanee di materiale leggero su cui avrebbero potuto trovare posto gli addetti.

Una conferma a quest'ipotesi estemporanea si potrebbe ravvisarla nella constatazione che gli unici esempi reperiti di pyramidion⁽¹⁴⁾ mostra-

⁽¹⁴⁾ I pyramidion regali giunti a noi sono quelli della piramide in mattoni di Dahshur, appartenuta ad Amenemhat III e della piramide di Khendjer a Saqqara Sud; quest'ultimo è un monolito di granito grigio alto mt. 1,50, con una base di circa 2.

no lo spigolo di base arrotondato su tutto il perimetro; il che farebbe supporre che questo fosse ospitato in una leggera concavità dell'ultimo corso in cui avrebbe potuto essere trascinato, limitatamente a questo breve tratto, facendolo scorrere, dopo averlo imbragato con corde, direttamente sulla stessa superficie esterna della faccia della piramide.

Ovviamente tale soluzione sarebbe stata attuabile sistemando le squadre addette al traino sulla rampa più elevata della faccia contrapposta a quella di salita del monolito, e trazionando per mezzo di carrucole poste sulla sommità dell'edificio.

È ovvio inoltre che questa soluzione avrebbe richiesto di porre in opera la parte del rivestimento relativo a questa faccia già rifinita, onde consentire un sicuro e preciso scorrimento del pyramidion.

Pur avendo deciso di presentare anche quest'ipotesi in quanto la riteniamo suggestiva, siamo convinti che quest'ultima fase di costruzione dell'edificio possa più verosimilmente essersi svolta secondo un differente utilizzo delle rampe interne.

Secondo quest'idea, derivataci dalla convinzione che la smussatura dello spigolo di base di tutti i pyramidion conosciuti non sia dovuta alla necessità di incastro ma conseguente ad una esigenza di miglior movimentazione e ad una più facile sottomurazione dei blocchi di sostegno in quanto queste operazioni ne avrebbero facilmente frantumato lo spigolo se lasciato acuto, la sua posa in opera sarebbe potuta avvenire in due tempi (Fig. 10).

Tenendo presente infatti che l'altezza mancante tra la quota raggiunta dal completamento del IV avvolgimento della rampa (mt. 141,56 dal

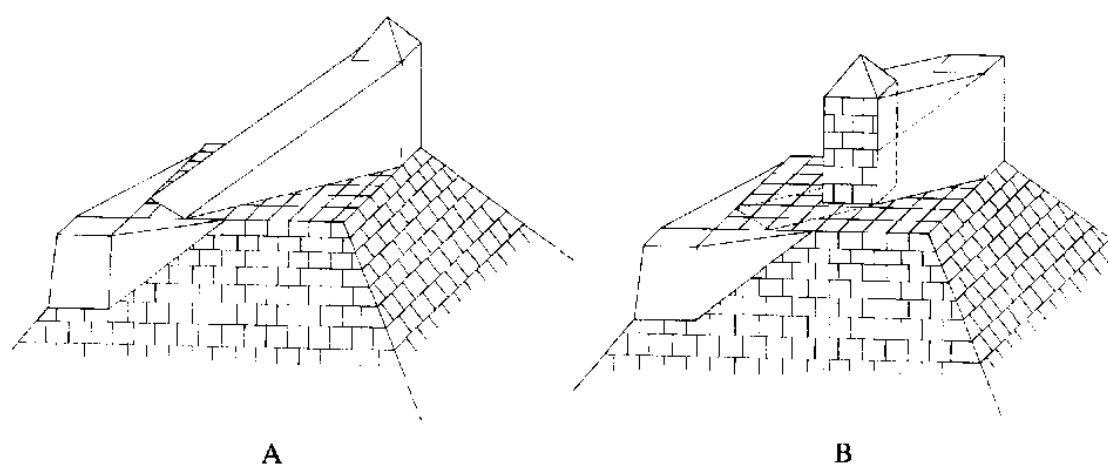


Figura 10 - Disegno schematico della possibile posa in opera del pyramidion con A) stazionamento dello stesso all'estremità distale del piano inclinato e B) fase pre-terminale con sua definitiva collocazione in opera.

suolo) ed il piano di appoggio del pyramidion era di soli 4 metri, inizialmente si sarebbe potuto innalzare questo monolito, per mezzo di leve, su di una rampa inclinata in mattoni di $18^{\circ}3$ (35% circa) che, posta sulla diagonale del quadrato sommitale (mt. 8,60 di lato) raggiunto dalla rampa avvolgente, avrebbe consentito di far giungere, alla sua estremità distale, il pyramidion all'altezza definitiva della sua posa in opera.

Successivamente al centro del quadrato sommitale si poteva demolire parzialmente detta rampa per fare posto ad un pilastro in calcare alto 4 metri il quale, collegato da un muro di mattoni con l'estremità distale della precedente rampa interna su cui stazionava il pyramidion, poteva essere raggiunto dallo stesso con un semplice scorrimento orizzontale.

Collocato il pyramidion si sarebbe demolita la rampa in mattoni e completata la muratura in calcare del nucleo con relativo rivestimento; ovviamente anche in questo caso una parte del rivestimento avrebbe dovuto essere collocato dal basso, richiedendo quindi blocchi a sezione triangolare.

Questa ipotesi ci è sembrata la più attuabile in quanto richiederebbe il minor impegno di materiale e la più facile edificabilità.

Pur avendo esaminato dettagliatamente quest'ultima possibilità costruttiva e ritenendola nel complesso la più attuabile e credibile, dobbiamo segnalare che non è stato possibile rilevare alcun indizio che possa confermarne l'effettivo utilizzo; non esistendo infatti alcuna osservazione ravvicinata della zona sommitale della piramide di Chefren, l'unica in cui si sia conservata la parte di rivestimento esterno immediatamente sottostante al vertice, non abbiamo alcun elemento per poter confermare che siano stati utilizzati, almeno in una limitata zona di esso, i supposti blocchi a sezione triangolare indispensabili per poter sostenere tale ipotesi.

Raggiunto il vertice e quindi terminata l'edificazione della sovrastruttura, avrebbero dovuto iniziare i lavori di smantellamento delle rampe e, contemporaneamente, di lisciatura delle facce.

Secondo il nostro modello ciò sarebbe stato possibile in quanto, come ripetutamente sottolineato, le superfici esterne esistenti tra due successivi piani di calpestio non avrebbero mai superato l'altezza di circa 10 metri, assunta come limite massimo per la realizzazione con sufficiente garanzia di stabilità di una incastellatura leggera, ad esempio di bambù.

Seguendo la nostra ipotesi si sarebbe quindi potuto levigare il rivestimento della piramide iniziando dalla sommità e procedendo verso il basso, utilizzando come traguardi laterali per ottenere un perfetto allineamento delle facce gli spigoli posti in opera già rifiniti; su ogni rampa si sarebbe potuto costruire le ipotizzate incastellature leggere su cui squadre di operai avrebbero potuto agevolmente raggiungere tutte le parti su cui operare.

Terminata la lavorazione di un settore, si sarebbe potuto demolire quel tratto di rampa il cui materiale, parzialmente smontato per essere utilizzato in altre strutture (muri perimetrali o altro), e parzialmente fatto cadere sulle sottostanti, spiegherebbe il mancato ritrovamento delle grandi quantità di argilla dilavata che avrebbero conseguito ad una semplice demolizione.

In conclusione ci è sembrato ipotizzabile, per la costruzione di queste piramidi canoniche in pietra di grandi dimensioni, supporre l'esistenza fino ad una certa altezza dal suolo di un insieme di rampe avvolgenti autosostenentesi larghe 4 metri e 20 con pendenza costante del 10%, il cui numero era progressivamente in diminuzione in quanto vincolato alla quantità di materiale che su di esse doveva transitare; al termine della loro funzione di trasporto alcune di esse avrebbero continuato per un certo tratto la loro esistenza fisica seppur di larghezza diminuita, onde servire da supporto alle impalcature su cui avrebbero dovuto successivamente trovare posto gli operai per i lavori di rifinitura delle facce.

Giunte allo spigolo le rampe avrebbero compiuto la svolta sulla faccia adiacente, dando origine ad un piccolo pianerottolo quadrato orizzontale generato dall'abbassamento del piede della scarpa, onde mantenere l'uniformità del piano di calpestio; tale accorgimento sarebbe stato possibile in quanto le rampe sarebbero state alternativamente interrotte per il diminuire delle necessità di approvvigionamento, cosicché quando le rampe più lunghe avessero raggiunto il primo spigolo il numero complessivo di quelle che avevano iniziato l'ascesa dell'edificio sarebbe stato ridotto alla metà.

Da un'altezza di poco superiore alla metà complessiva del monumento sarebbe stata sufficiente una sola rampa per soddisfare le necessità di approvvigionamento del materiale; poiché negli ultimi 2/3 di altezza il materiale risulta di volume unitario notevolmente ridotto rispetto a quello degli strati più bassi, si sarebbe inoltre potuto aumentarne la pendenza e restringere il piano di calpestio senza compromettere la fattibilità del trasporto.

Con tale modello si sarebbe potuto raggiungere il vertice dell'edificio eventualmente restringendo ulteriormente la larghezza della rampa in quanto anche la massa totale da trasportare, oltre al suo volume unitario, sarebbe stata estremamente contenuta.

A circa 5 metri e 50 dalla sommità il modello ipotizzato avrebbe altresì potuto essere sostituito da altri come ad esempio quello delle rampe interne, il quale avrebbe consentito il completamento dell'edificio ricorrendo al solo artificio, per altro non comprovato, di utilizzare blocchi di rivestimento a sezione triangolare.

Questa ipotesi, elaborata grazie all'aiuto dell'amico ing. Alighiero

Dinale, non vuole certo essere risolutiva riguardo alle modalità costruttive seguite per l'edificazione delle piramidi maggiori, ma riteniamo che l'aver dimostrato teoricamente la fattibilità di questo modello possa rappresentare un modesto contributo alla sua soluzione.

BIBLIOGRAFIA

- AIN SHAMS UNIVERSITY, *Electromagnetic Sounder Experiments at the Pyramids of Giza*, Washington 1975.
- ARNOLD D., *Building in Egypt*, New York-Oxford, 1991.
- ARNOLD D., *Der Pyramidenbezirk des Königs Amenemhet III in Dahshur*, Mainz am Rhein 1987.
- BADAWY A., *A History of Egyptian Architecture*, Cairo 1954.
- BORCHARDT L., *Die Entstehung der Pyramide*, Berlin 1928.
- BORCHARDT L., *Einiges zur dritten Bauperiode der grossen Pyramide bei Gise*, Berlin 1922.
- CLARKE S., ENGELBACH R., *Ancient Egyptian Masonry*, Oxford 1930.
- COLOMBO G., *Manuale dell'ingegnere*, Milano 1991.
- CURTO S., *Per la storia della tomba privata a piramide*, Cairo 1981.
- CURTO S., *Per un computo ponderale di alcuni manufatti litici egizi*, Torino 1980.
- DE CENIVAL J.L., *Architettura egiziana*, Milano 1964.
- DONADONI S., *Arte egizia*, Torino 1982.
- EDWARDS J.E.S., *The Pyramids of Egypt*, London 1972.
- EISENLOHR A., *Ein mathematisches Handbuch der alten Aegypter – Papyrus Rhind des British Museum*, Leipzig 1877.
- FAKHRY A., *The Pyramids*, Chicago 1969.
- GILLINGS R.J., *Mathematics in the Time of the Pharaohs*, London 1972.
- GOLVIN J.C., GOYON J.C., *Les batisseurs de Karnak*, Paris 1987.
- GOYON G., *Il segreto delle grandi piramidi*, Roma 1987.
- HODGES P., KEABLE J., *How the Pyramids were built*, London 1989.

- JOHNSON J.B., *The pyramid of Meydum*, New York 1994.
- LAUER J.P., *La pyramides a degrees*, Cairo 1933.
- LAUER J.P., *Le probleme des Pyramides d'Egypte*, Cairo 1948.
- LAUER J.P., *Histoire monumentale des Pyramides d'Egypte*, Cairo 1962.
- LAUER J.P., *Observations sur les Pyramides*, Cairo 1960.
- PEDRINI L., PEDRINI B., ACTIS DATO M., *Le piramidi e l'economia dell'Antico Egitto*, Milano 1979.
- PORTA G., *L'architettura egizia delle origini in legno e materiali leggeri*, Milano 1989.
- RINALDI C., MARAGIOGLIO V., *L'Architettura delle piramidi menfite*, vol IV, Rapallo 1968.
- RINALDI C., *Le Piramidi*, Milano 1983.
- VANDIER J., *Manuel d'archeologie egyptienne*, Paris 1952-55.

Appendice 1

CALCOLI RELATIVI ALL'EDIFICABILITÀ DELLE RAMPE COSTRUTTIVE

Essendo ormai stato accettato da una gran parte degli studiosi che le piramidi possano essere state costruite utilizzando rampe avvolgenti elicoidali adagiate alle stesse facce degli edifici erigendi, abbiamo cercato di verificare l'edificabilità di tali rampe, alla luce dei dati conosciuti e delle ipotesi più verosimili, confrontando infine i dati ottenuti con la nostra ipotesi.

Esistono infatti alcune controversie riguardanti la pendenza massima e la larghezza che tali rampe avrebbero dovuto avere per essere compatibili con una agevole percorribilità in contemporanea sia dalle squadre trainanti i blocchi in salita, che da quelle che, terminato il trasporto, dovevano ritornare alla base dell'edificio; a tale fine, pur avendo fatto alcune verifiche alternative, abbiamo optato per una larghezza di 4,2 m (pari a 8 cubiti) ed una pendenza del 10% (pari ad un angolo alla base di $5^{\circ},7$)³³.

I seguenti calcoli matematici sono poi stati adattati alla piramide di Cheope che, essendo la più grande, ci ha consentito di verificare tali deduzioni nella loro massima attuazione.

Pur senza dimenticare che si tratta di un modello matematico ipotetico e come tale passibile di adattamenti ed approssimazioni, abbiamo innanzitutto cercato di stabilire l'altezza minima che avrebbe dovuto intercorrere tra i piani di calpestio di due rampe adiacenti; in conseguenza di tale risultato abbiamo poi stabilito la distanza minima, alla base della piramide, intercorrente tra l'inizio di due rampe successive e, di conseguenza, il loro massimo numero nel caso specifico di Cheope.

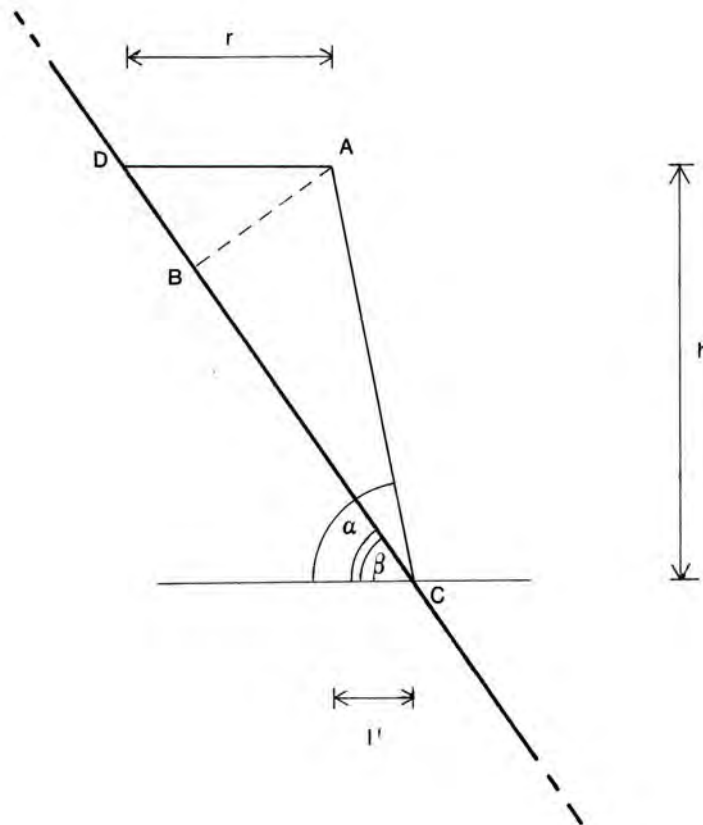
In seguito abbiamo calcolato la lunghezza che avrebbe raggiunto la rampa più lunga e, ed alla luce di quanto rilevato precedentemente, abbiamo stabilito il criterio che legava il numero delle rampe necessarie ad ogni altezza dell'edificio.

Per maggior precisione abbiamo anche cercato di adattare questo modello teorico al caso pratico, rilevando come questi si differenziassero di una quantità tanto modesta da non essere significativa.

³³ Tale misura, anche se espressa per mezzo di una frazione di grado, era possibile per gli egizi in quanto derivata da una proporzione di 1/10 da loro conosciuta.

In ultimo abbiamo voluto verificare il numero di rampe realmente necessario, alla luce delle supposte esigenze di portata oraria del materiale trasportato su di esse.

1) Calcolo dello scarto ammissibile in altezza fra rampe adiacenti



AD = **r** = larghezza rampa

AB = distanza del margine esterno della rampa dalla faccia della piramide

CD = piano di superficie della faccia piramidale

AC = scarpa di sostegno della rampa

β = angolo di inclinazione della piramide

α = angolo della scarpa rispetto all'orizzontale

h = scarto ricercato

l' = larghezza scarpa in pianta, corrispondente alla distanza lineare tra il margine esterno del piano di calpestio ed il piede della scarpa

$$AB = r * \sin\beta = AC * \sin(\alpha - \beta)$$

da cui ricavando **AC** si ha

$$AC = \frac{r * \sin\beta}{\sin(\alpha - \beta)}$$

sostituendo il quale ad

$$h = AC * \sin\alpha$$

dà come risultato

$$h = r * \frac{\sin\beta * \sin\alpha}{\sin(\alpha - \beta)}$$

Per cui, adattando il modello al caso di Cheope (dove $\beta = 52^\circ$ e $\alpha = 80^\circ$ ³⁴), ne deriva che:

$$h = r * \frac{0,788 * 0,985}{0,469}$$

cioè

$$h = r * 1,65$$

In conseguenza di quanto sopra ne deriva che supponendo una rampa di 4,2 m (8 cubiti) sarà **h = 6,95 metri** pari a cubiti 13,2, mentre se la rampa fosse larga 3,1 m (6 cubiti), sarebbe **h = 5,21 metri** pari a cubiti 9,9.

Per inciso, è da segnalare che la proiezione orizzontale della scarpa sarebbe:

$$l' = AC * \cos\beta = r * \frac{0,788 * 0,174}{0,469} = r * 0,29$$

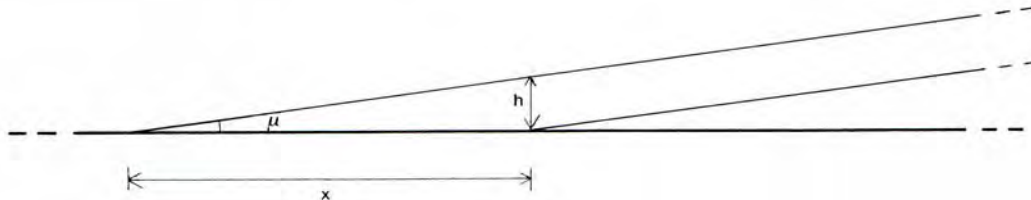
³⁴ La scarpa di 80° è un angolo d'uso corrente per un muro di sostegno in mattoni.

da ciò deriva che:

per la rampa di 4,2 m sarà **$l' = m\ 1,2$**

mentre per quella di 3,1 m sarà **$l' = m\ 0,9$**

2) Numero delle rampe che possono essere avviate in una lunghezza data



Dato l'angolo μ (pendenza della rampa) e l'altezza h (distanza minima tra le rampe), si tratta di stabilire la lunghezza x alla luce di quanto determinato al punto 1), onde verificare quante rampe possono essere esistite durante la costruzione della piramide di Cheope.

$$\frac{h}{x} = \tan\mu \quad \text{cioè} \quad x = \frac{h}{\tan\mu}$$

A questo punto, accettata una pendenza delle rampe (μ) costante ed uguale al 10% ed utilizzando i dati derivati dalla dimostrazione 1), possiamo ricavare x in funzione della larghezza delle rampe:

supponendo infatti $h = 6,95$ (rampa larga 8 cubiti) ne deriverà che:

$$\tan\mu = 0,10 \quad \text{cioè} \quad x = 10 * h \quad \text{da cui} \quad \underline{x = 69,5 \text{ metri}} \quad (132,3 \text{ cubiti}).$$

nel caso invece che $h = 5,21$ (rampa larga 6 cubiti), si avrà che:

$$\tan\mu = 0,10 \quad \text{cioè} \quad x = 10 * h \quad \text{da cui} \quad \underline{x = 52,1 \text{ metri}} \quad (99,2 \text{ cubiti}).$$

Applicando i dati ricavati al modello prefisso della piramide di Cheope, essendo la lunghezza del lato di base uguale a circa 230 m, ne risulterebbe:

con rampe larghe 4,2 m, un massimo di **4 rampe** per lato ($230 / 69,5$) per un totale teorico di 16 rampe complessive³⁵,

con rampe larghe 3,1 m, un massimo di **5 rampe** per lato ($230 / 52,1$) per un totale teorico di 20 rampe complessive³⁶.

È da segnalare che quest'ultimo calcolo potrebbe prevedere un numero di rampe complessivo minore qualora, come riteniamo più probabile, gli architetti egizi non si fossero limitati a ripetere questo identico modello su tutte le altre facce, ponendo quindi l'inizio della prima rampa di ogni lato sempre alla base dello spigolo, ma avessero considerato il perimetro di base come un unico lato; infatti se la distanza **x** fosse applicata anche tra l'ultima rampa di una faccia e la prima di quella successiva, il numero complessivo delle rampe possibili sarebbe rispettivamente di 14 o 18³⁷.

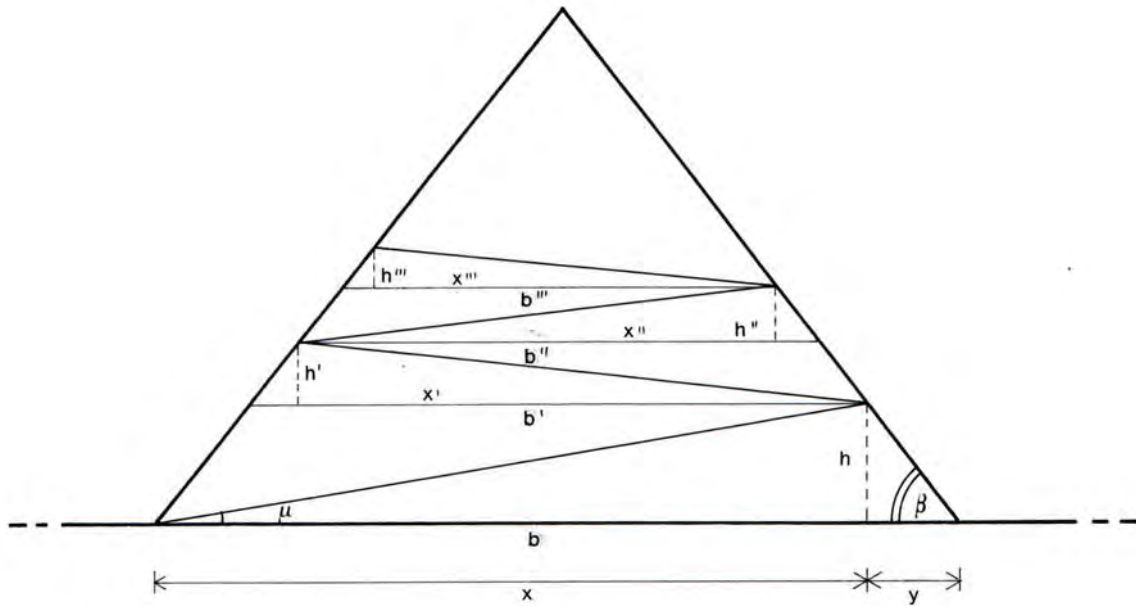
³⁵ Supponendo per semplicità di porre l'inizio della prima rampa alla base dello spigolo, le successive saranno a circa 69, 139, 208 m.

³⁶ In questo caso, sempre ponendo la prima rampa alla base dello spigolo, le successive saranno a circa 52, 104, 156, 208 m.

³⁷ Nel caso infatti di **x = 69,5** le rampe sarebbero **14** $[(230 * 4) / 69,5]$, mentre quando **x = 52,1** il numero complessivo delle rampe sarebbe **18** $[(230 * 4) / 52,1]$.

3) Calcolo dello sviluppo verticale delle rampe

Il calcolo è stato eseguito proiettando su di un'unica faccia i successivi dislivelli che una rampa realizza sulle quattro facce della piramide, prima di compiere un intero giro.



b = lato di base della piramide

b', b'', b''' = piani virtuali di sezione determinati dall'incontro tra la rampa e gli spigoli della piramide

β = angolo di inclinazione della piramide

μ = angolo di inclinazione della rampa

h = quota raggiunta dalla rampa al termine della prima faccia

h', h'', h''' = quote raggiunte dalla rampa sulle facce successive

x = porzione del lato di base determinata dall'incontro tra questa e l'altezza **h**

y = porzione del lato di base dato da **b - x**

Dati: $x + y = b$ ed $x = b - y$ si avrà

$$x * \tan\mu = y * \tan\beta \quad \text{da cui}$$

$$(b - y) * \tan\mu = (b * \tan\mu) - (y * \tan\mu) = y * \tan\beta \quad \text{cioè}$$

$$b * \tan\mu = y * (\tan\mu + \tan\beta) \quad \text{cui consegue che} \quad y = \frac{b * \tan\mu}{\tan\mu + \tan\beta}$$

$$\text{Poiché} \quad \tan\mu = 0,1 \quad \text{e} \quad \beta = 52^\circ \quad \text{ne deriva che}$$

a) Prima faccia

$$y = b * \frac{0,1}{0,1 + 1,28} = b * \frac{0,1}{1,38} = \frac{b}{13,8} \quad \text{cioè}$$

$$y = 16,6 \text{ m} \quad \text{quindi} \quad h = 16,6 * \tan\beta \quad \text{da cui} \quad \underline{h = 21,3 \text{ m}}$$

b) Seconda faccia

$$y' = \frac{b'}{13,8} = \frac{b - 2y}{13,8} = \frac{230 - 33,33}{13,8} = \frac{196,67}{13,8} \quad \text{cioè}$$

$$y' = 14,2 \text{ m} \quad \text{quindi} \quad h' = 14,2 * \tan\beta \quad \text{da cui} \quad \underline{h' = 18,2 \text{ m}}$$

c) Terza faccia

$$y'' = \frac{b''}{13,8} = \frac{b' - 2y'}{13,8} = \frac{196,67 - 28,50}{13,8} = \frac{168,16}{13,8} \quad \text{cioè}$$

$$y'' = 12,1 \text{ m} \quad \text{quindi} \quad h'' = 12,1 * \tan\beta \quad \text{da cui} \quad \underline{h'' = 15,6 \text{ m}}$$

d) Quarta faccia

$$y''' = \frac{b'''}{13,8} = \frac{b'' - 2y''}{13,8} = \frac{168,16 - 24,37}{13,8} = \frac{143,79}{13,8} \quad \text{cioè}$$

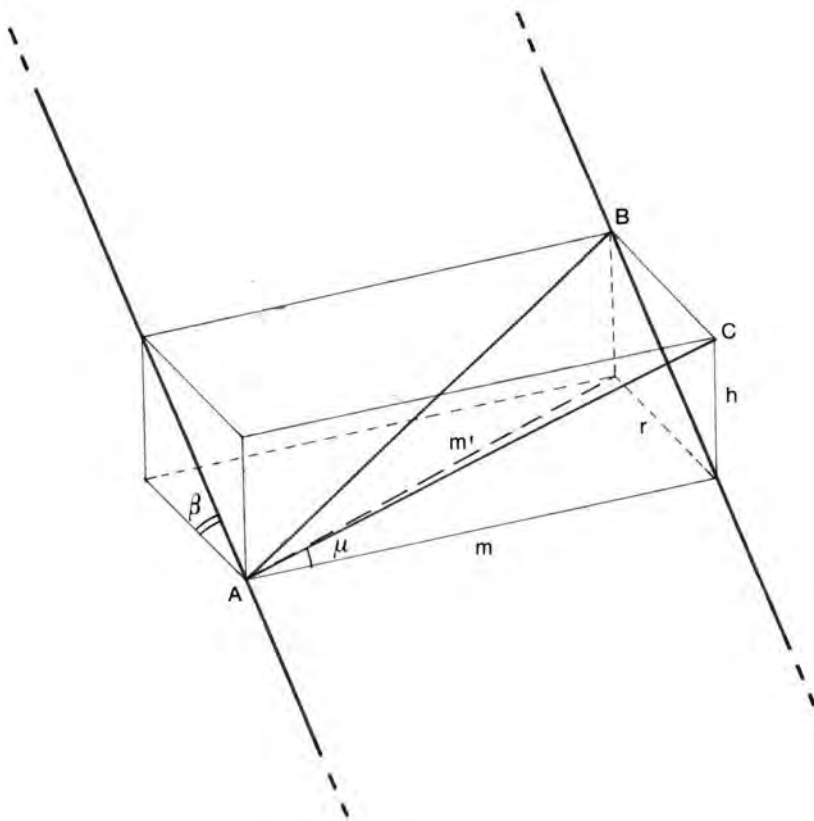
$$y''' = 10,4 \text{ m} \quad \text{quindi} \quad h''' = 10,4 * \tan\beta \quad \text{da cui} \quad \underline{h''' = 13,3 \text{ m}}$$

Da quanto sopra ne consegue che una rampa ascendente che avvolga la piramide con un giro completo ($h + h' + h'' + h'''$) raggiungerebbe al termine del suo primo avvolgimento una quota relativa di 68,5 m dal suolo.

Il dato è nel complesso coerente in quanto, tenuto conto del graduale ridursi dell'innalzamento della rampa ricavata su ciascuna faccia mano a mano che ci si avvicina al vertice (conseguente al ridursi della larghezza della faccia), si può stimare che una rampa destinata a collegare la base della piramide al suo vertice, dovesse compiere più di 4 giri completi, per una lunghezza complessiva di circa 1,5 km; lunghezza effettivamente richiesta per raggiungere un'altezza di 147 m con una pendenza del 10%.

4) Calcolo dello scarto esistente tra rampa teorica e quella effettiva

Poiché i calcoli precedenti sono stati riferiti ad una rampa teorica sviluppantesi su di un piano verticale, abbiamo cercato di valutare il fattore di correzione da applicare per ottenere un modello reale; in effetti la rampa reale si appoggerebbe non su di un piano verticale ma su di una faccia inclinata (faccia della piramide).



AC = rampa teorica

AB = rampa effettiva

h = altezza delle rampe (teorica ed effettiva) al termine della faccia

m = proiezione della rampa teorica sulla base

m' = lunghezza della rampa effettiva sulla base

σ = scarto lineare tra le due rampe

β = angolo di inclinazione della piramide

μ = angolo di inclinazione della rampa teorica

Sapendo che $\frac{h}{m} = 0,1$ e $\beta = 52^\circ$

si tratta di stabilire quanto questo valore si differenzia da $\frac{h}{m'}$

Poiché $m' = \sqrt{m^2 + \sigma^2}$ ed $\frac{h}{\sigma} = \tan\beta$ da cui $\sigma = \frac{h}{\tan\beta}$

ne segue che $m' = \sqrt{m^2 + \frac{h^2}{\tan^2\beta}}$

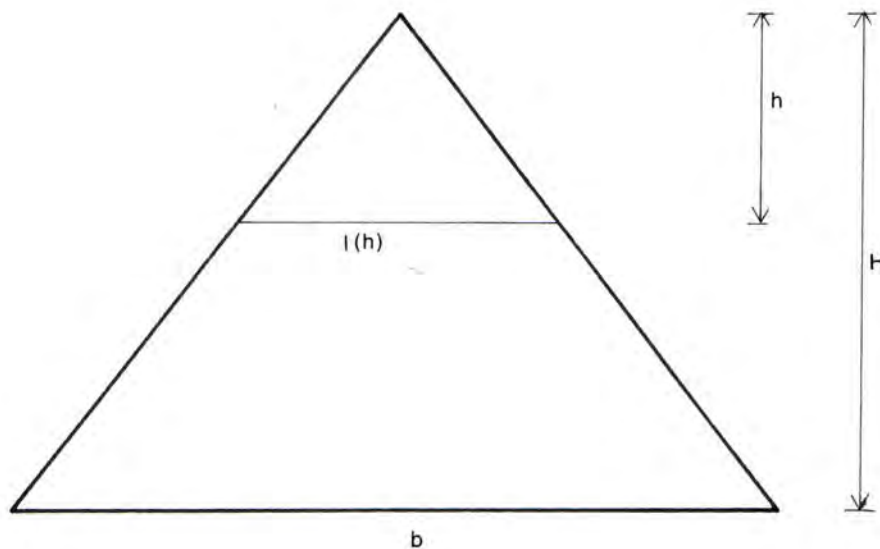
$$\frac{h}{m'} = \frac{h}{\sqrt{m^2 + \frac{h^2}{\tan^2\beta}}} = \frac{h}{m \sqrt{1 + \frac{h^2}{m^2 \cdot \tan^2\beta}}}$$

da cui $\frac{h}{m'} = 0,0996$ a fronte del dato teorico = 0,1

Il risultato ottenuto è troppo poco differente da quello teorico per essere significativo.

5) Calcolo del fattore di diminuzione del numero delle rampe

Dato che le rampe di costruzione sono in funzione del materiale che queste dovevano trasportare si può dedurre che, crescendo l'edificio e di conseguenza diminuendo la quantità di materiale che le rampe dovevano complessivamente trasportare, il numero delle rampe stesse dovesse gradualmente decrescere con l'innalzamento della piramide.



b = lunghezza del lato di base della piramide

H = altezza piramide

h = dislivello residuo dal vertice

n = numero rampe

l(h) = lunghezza lato per un dislivello residuo **h**

n(h) = numero rampe per un dislivello residuo **h**

Dato che

$$b : H = l(h) : h \qquad l(h) = \frac{b * h}{H}$$

poiché il volume residuo (V_r)³⁸ è proporzionale ad h^3

$$V_r = \frac{1}{3} \cdot [l^2(h) \cdot h] = \frac{1}{3} \cdot \left[\left(\frac{b^2 \cdot h^2}{H^2} \right) \cdot h \right] = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{b^2}{H^2} \cdot h^3 \right)$$

$$n : \left[\frac{1}{3} \cdot (b^2 \cdot H) \right] = n(h) : \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{b^2}{H^2} \cdot h^3 \right) \right] \quad \text{da cui}$$

$$n(h) = \frac{n \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{b^2}{H^2} \cdot h^3 \right) \right]}{\left[\frac{1}{3} \cdot (b^2 \cdot H) \right]} = n \cdot \left[\frac{h}{H} \right]^3$$

Applicando tale formula ad alcuni casi specifici onde conoscere quante rampe sarebbero state necessarie a determinate altezze, supponendo $n = 14$

a) ad 1/4 di altezza pari a $h = \frac{3}{4} H$

le rampe risultano: $n(h) = n \cdot 0,42 = \frac{n}{2,37} = \underline{\underline{6 \text{ rampe}}}$

³⁸ Il volume di una piramide è dato da $1/3$ (base² · altezza).

b) ad 1/2 altezza pari a $h = \frac{1}{2} H$

le rampe risultano: $n(h) = n * 0,12 = \frac{n}{8} = \underline{\underline{2 \text{ rampe}}}$

c) ad 3/4 di altezza pari a $h = \frac{1}{4} H$

le rampe risultano: $n(h) = n * 0,0156 = \frac{n}{64} = \underline{\underline{1 \text{ rampa}}}$

In particolare per la penultima rampa si avrà

$$n(h) = n \cdot \left[\frac{h}{H} \right]^3$$

dove $n(h) = 1$

da cui $h = H \cdot \sqrt[3]{\frac{n(h)}{n}}$ quindi $h = \frac{H}{2,41}$

Quindi tale rampa terminerà a circa 60,1 m dal vertice (quindi a circa 3/5 dell'altezza **H** della piramide).

Nel caso invece in cui $n = 12$ ³⁹ si avranno per i dati precedenti rispettivamente:

a) ad 1/4 di altezza pari a $h = \frac{3}{4} H$ 6 rampe

b) a 1/2 altezza pari a $h = \frac{1}{2} H$ 2 rampe

come nel caso di $N = 14$; in questo caso però la penultima rampa terminerà a 82,8 m.

³⁹ Vedi Appendice 1 - *Conclusioni* - (pag. 51).

6) Calcolo della portata oraria di ogni rampa

Una corretta verifica della nostra ipotesi non può prescindere da alcune puntualizzazioni riguardanti la giornata lavorativa annua e l'impegno orario giornaliero, in quanto solo da queste può derivare una credibile stima della portata oraria delle rampe e di conseguenza il numero di esse.

Per quanto riguarda questi dati però non esiste alcuna esplicita menzione diretta, ma alcuni studiosi sono giunti a formulare a riguardo convincenti ipotesi, anche se a nostro giudizio in alcuni casi piuttosto limitanti per difetto come ad esempio nella supposizione di sole 310 giornate lavorative annue⁴⁰.

Sulla presunta durata della costruzione della piramide di Cheope esiste invece l'affermazione di Erodoto secondo cui furono necessari 20 anni, pur se l'attendibilità scientifica di questo greco, vissuto circa 1300 anni dopo che fu realizzato l'ultimo edificio piramidale egizio, ci sembra generalmente molto scarsa.

Alla luce comunque di questi dati puramente ipotetici, ed oltretutto molto restrittivi, abbiamo provato a dedurre la quantità di materiale che avrebbe dovuto transitare su ogni rampa (portata), consentendo la realizzazione dell'edificio nei tempi previsti, nelle varie ipotesi che prevedono l'impiego di rampe in numero compreso tra 4 e 14.

Va primariamente precisato che pur considerando la portata oraria costante ed uguale per tutte le rampe, il fatto che solamente una sarebbe giunta alla sommità dell'edificio e che tutte le altre sarebbero terminate ad altezze differenti ha comportato complessi calcoli teorici in cui il margine di errore, sebbene probabilmente piuttosto sensibile, riguarda solamente i valori assoluti risultando in pratica ininfluenza in quanto costante ed uguale in tutti i casi cosicché le relazioni reciproche rimangono comunque di grandezze confrontabili.

Poiché sembra plausibile ritenere che la costruzione della piramide di Cheope abbia effettivamente richiesto circa 20 anni per il suo completamento, abbiamo cercato di calcolare in base ai suaccennati parametri arbitrari ma giustificati il numero delle rampe necessarie a soddisfare questo limite.

Grazie alle altezze fornite da Petrie per ogni singolo corso della piramide di Cheope abbiamo potuto iniziare la nostra indagine calcolando separatamente i volumi di ognuno di essi.

⁴⁰ Per i seguenti calcoli abbiamo assunto alcuni parametri proposti dall'esaustivo lavoro di Pedrini e collaboratori.

Avendo supposto che la portata oraria fosse uguale e costante abbiamo quindi suddiviso tale volume per il numero delle rampe presenti alle varie altezze nelle ipotesi considerate, stabilito in base alle formule presentate al punto 5).

Ottenuto questo valore medio abbiamo infine calcolato il volume che in ogni ipotesi considerata avrebbe dovuto transitare complessivamente sulla rampa più lunga, e suddiviso questo per i parametri temporali assunti precedentemente:

- 10 ore lavorative al giorno per ogni operaio
- 310 giorni lavorativi annui per operaio calcolati mediamente
- 20 anni per la costruzione dell'edificio.

A questi vincoli abbiamo aggiunto che le rampe fossero in numero pari per rispettare la semplicità di calcolo ed il senso della simmetria tipica degli egizi.

Dato che è possibile considerare la piramide in questione di volume omogeneo tralasciando lo spazio occupato dai vani interni per la scarsa rilevanza che questi costituiscono nell'ambito generale, ne risulta che confrontando i risultati derivati dai precedenti calcoli con i parametri assunti, si avrebbe che:

Numero rampe	VOLUMI (valori arrotondati)			
	totale rampa maggiore ⁴¹ (m³)	annui per rampa (m³)	giornalieri per rampa (m³)	orari per rampa (m³)
4	1.350.200	67.500	217,8	21,8
6	1.058.700	52.900	170,8	17,1
8	884.700	44.200	142,7	14,3
10	762.900	38.100	123,1	12,3
12	662.500	33.100	106,9	10,7
14	603.700	30.200	97,4	9,7

⁴¹ Si tratta della quantità di materiale che avrebbe dovuto transitare complessivamente sulla rampa più lunga.

È da segnalare che queste conclusioni sono puramente indicative in quanto il variare di alcuni di questi parametri anche solo di una minima quantità causerebbe enormi cambiamenti nelle conclusioni; ad esempio se si considerassero 330 giorni lavorativi annui per un periodo di 21 anni, i precedenti valori di portata oraria unitaria cambierebbero rispettivamente in: **19,4** (4 rampe), **15,2** (6), **12,7** (8), **11,0** (10), **9,5** (12) e **8,7** (14).

Conclusioni

Accettando una plausibile larghezza di 4,2 m per ogni piano di calpestio, ed alla luce di quanto sopra considerato e dei calcoli effettuati in precedenza, sembra di poter ravvisare in 12 o forse 14 il numero delle rampe che maggiormente rispondano alle necessità di costruzione della piramide di Cheope, rispettando i fondamentali requisiti di semplicità, rapidità ed economia.

Partendo infatti dal presupposto che una pendenza superiore al 20% non sarebbe stata usufruibile per il traino dei blocchi, e che tale pendenza si sarebbe dovuta limitare al 10% per i pesi maggiori, il numero totale delle rampe alla base della piramide, non avrebbe potuto superare il valore teorico di 16; ma da una semplice considerazione grafica si è desunto che sarebbe più verosimile ridurre tale limite a 14.

Se infatti un maggior numero di rampe avrebbe consentito un più veloce approvvigionamento dei blocchi per la costruzione della piramide, la massa di materiale ed il tempo necessario alla loro costruzione avrebbe proporzionalmente distolto dal loro stesso scopo. D'altronde con il crescere dell'altezza dal suolo abbiamo visto che la necessità di tali rampe sarebbe diminuita rapidamente data la notevole riduzione del volume di materiale richiesto.

Poiché i requisiti precedentemente esposti, di elevato numero di rampe e di economia, parevano in contraddizione, la considerazione del flusso orario nei casi esaminati ci pare avere indicato in 12 il compromesso ottimale tra di essi, in quanto un volume orario di circa $10,7 \text{ m}^3$ ci pare ammissibile per le squadre di operai che si avvicendavano nel loro traino senza richiedere loro un eccessivo dispendio di energie.

Tanto più che la distanza intercorrente tra l'origine di due rampe successive, in questo caso, sarebbe stata di 76,6 m di cui 69,5 m occupati dalla rampa superiore, con una conseguente superficie libera orizzontale di 7,1 m, corrispondente a 13,5 cubiti.

Poiché a tale valore corrisponde un dislivello di 0,7 m, la distanza tra due piani di calpestio contigui sarebbe aumentata da 6,9 m ⁴² a 7,6 m, dislivello ancora compatibile con le supposte incastellature lignee necessarie alla successiva rifinitura del monumento.

⁴² Corrispondenti all'altezza della struttura di ogni rampa.

Appendice 2

VERIFICA DELLE QUOTE RAGGIUNTE NELLO SVILUPPO DELLE RAMPE SECONDO IL MODELLO IPOTIZZATO

Tratto	Lato (m)	Dislivello parziale (m)	Y (m)	Quota relativa ⁴³ (m)
H1	230,0	21,3	16,6	21,3
H2	196,6	18,2	14,2	39,5
H3	168,1	15,6	12,1	55,1
H4	143,7	13,3	10,4	68,5
H5	122,9	11,4	8,9	79,9
H6	105,1	9,7	7,6	89,6
H7	89,9	8,3	6,5	98,0
H8	76,8	7,1	5,5	105,1
H9	65,7	9,3	7,3	114,4
H10	51,1	7,2	5,6	121,7
H11	39,7	5,6	4,4	127,4
H12	30,9	4,4	3,4	131,8
H13	24,0	3,4	2,6	135,2
H14	18,7	2,6	2,0	137,8
H15	14,5	2,0	1,6	139,9
H16	11,3	1,6	1,2	141,5
H17	8,8	1,2	0,9	142,8
H18	6,8	0,9	0,7	143,7
H19	5,3	0,7	0,5	144,5
H20	4,1	0,5	0,4	145,1

⁴³ Riferita al piano di base della piramide.

Nello schema precedente abbiamo calcolato il guadagno in quota della rampa più lunga su ogni faccia della piramide, ipotizzando che la pendenza dei primi due avvolgimenti (H1-H4 e H5-H8) sia di 5°,7 (10%) ed i rimanenti di 9°,4 (17%)⁴⁴.

Da quanto sopra derivano i seguenti dislivelli:

- per il primo avvolgimento (H1+H2+H3+H4) = **68,5 m**
- per il secondo avvolgimento (H5+H6+H7+H8) = **36,6 m**
- per il terzo avvolgimento (H9+H10+H11+H12) = **26,6 m**
- per il quarto avvolgimento (H13+H14+H15+H16) = **9,7 m**
- per il quinto avvolgimento (H17+H18+H19+H20)= **3,5 m**

È significativo sottolineare come, a parità di pendenza, l'incremento di innalzamento raggiunto da ogni tratto di rampa al termine della percorrenza della relativa faccia della piramide, decresca in modo direttamente proporzionale alla diminuzione del tratto da percorrere.

⁴⁴ Nel seguente schema ci si è attenuti ai medesimi riferimenti utilizzati nel punto 3) dell'Appendice 1 - *Calcolo dello sviluppo verticale delle rampe* - (pag. 38).

Appendice 3

RELAZIONE TRA QUOTE E RAMPE ESISTENTI

Dato che si è stabilito nell'Appendice 1 punto 5) il criterio di dismissione delle rampe, abbiamo voluto verificare la correlazione tra le varie quote, l'incontro tra la rampa più lunga e gli spigoli, e la necessità teorica del numero delle rampe, procedendo dal livello del suolo.

Spigolo	Quota relativa ⁴⁵ (m)	Quota di dismissione delle rampe (m)	Numero delle rampe superstiti
		4,2 (I)	11
		8,6 (II)	10
		13,4 (III)	9
		18,5 (IV)	8
1	21,3		
		24,1 (V)	7
		30,3 (VI)	6
		37,2 (VII)	5
2	39,5		
		45,0 (VIII)	4
		54,3 (IX)	3
3	55,1		
		66,1 (X)	2
4	68,5		
5	79,9		
		82,8 (XI)	1

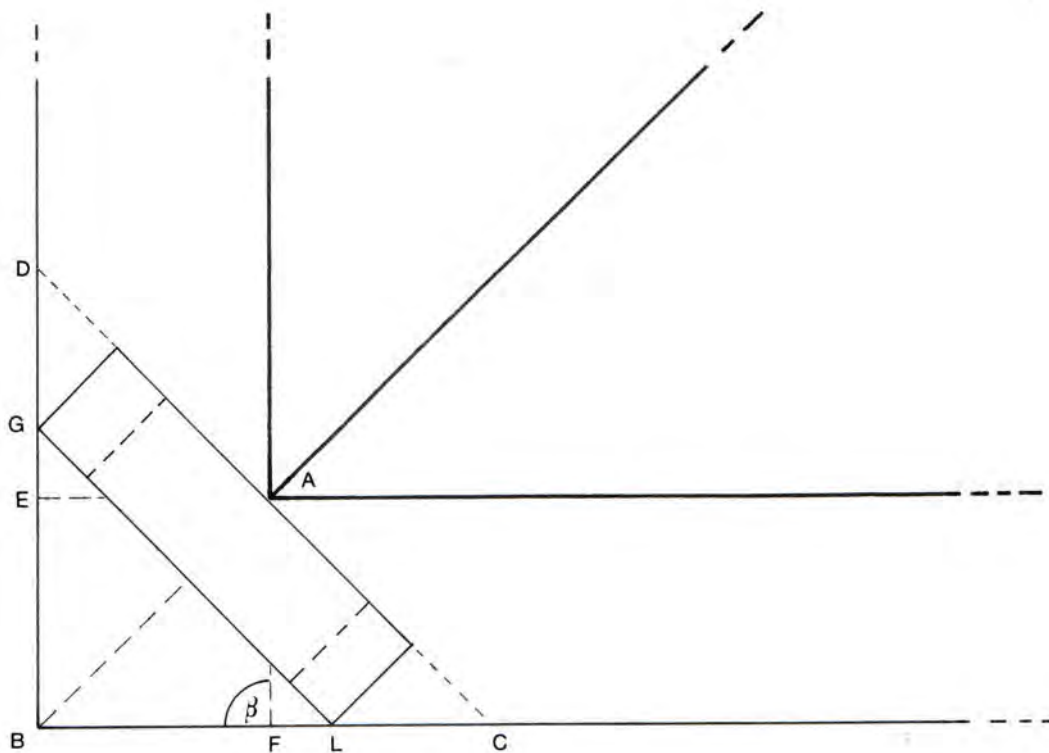
⁴⁵ Riferita al piano di base della piramide.

Appendice 4

VERIFICA DEL TRANSITO DELLE SLITTE MAGGIORI AGLI ANGOLI

Poiché i carichi più ingombranti che avrebbero dovuto transitare sulle rampe erano costituiti dalle grandi travi a contrasto di copertura della camera sepolcrale, e che questi avrebbero dovuto poter svoltare attorno agli spigoli della piramide, abbiamo cercato di verificare se nel nostro modello vi fossero stati gli spazi fisici per consentire tale cambiamento di direzione.

Premesso che le travi erano, come d'uso, caricate su slitte, e trattandosi di carichi eccezionalmente pesanti che avrebbero in più dovuto compiere alcune svolte, abbiamo pensato che per questo particolare trasporto si siano utilizzate, per ogni trave, una slitta a fondo piatto di grandi dimensioni.



$$AE = AF = BE = 4,2 \text{ m}$$

CD = corda minima

GL = corda a 2,0 m dallo spigolo (larghezza delle slitte)

$$\beta = 90^\circ$$

Dimensioni trave : lunghezza = 8,0 m

larghezza = 1,5 m

altezza = 2,0 m

Dimensioni slitta : lunghezza L'G' = 5,0 m

larghezza = 2,0 m

altezza non significativa

Dati i presupposti si avrebbe che

$$AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = \sqrt{17,6 + 17,6} = 5,9 \text{ m}$$

da cui deriva che $CD = AB * 2 = \underline{11,8 \text{ m}}$

analogamente $GL = (AB - 2) * 2 = \underline{7,8 \text{ m}}$

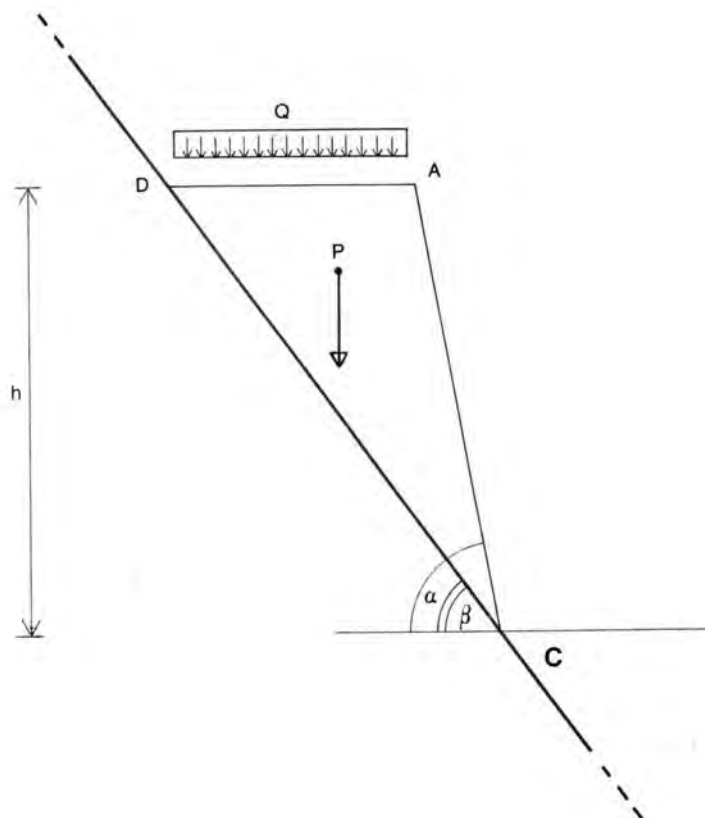
Poiché ambedue queste corde sono inferiori alla lunghezza della slitta, la manovra risulta possibile e sufficientemente sicura, tantopiù che risalendo lungo il monumento questi trasporti avrebbero dovuto compiere solamente tre svolte attorno alla piramide, in quanto la quarta svolta avrebbe coinciso con il termine del loro tragitto.

Appendice 5

VERIFICA DELLO SFORZO DI TAGLIO DI UNA RAMPA SOTTO CARICO MASSIMALE

Affinché il modello possa rispondere allo scopo per cui è stato ideato, il peso complessivo delle travi maggiori che avrebbero dovuto percorrere la rampa, delle relative slitte e della stessa rampa, dovrebbe risultare sensibilmente inferiore alla supposta resistenza della struttura onde garantire una sufficiente sicurezza delle manovre che su di essa si sarebbero dovute compiere.

Dati



AD = larghezza rampa = 4,2 m

h = altezza della rampa = 6,9 m

β = angolo di inclinazione della piramide = 52° circa

α = angolo della scarpa rispetto all'orizzontale = 80° circa

Peso specifico dell'argilla secca = $1,7 \text{ t/m}^3$

Peso specifico del granito = $2,8 \text{ t/m}^3$

Considerando per comodità un tratto di rampa lungo un metro, abbiamo innanzitutto calcolato la superficie di contatto tra la rampa e la piramide, che risulterebbe di $8,8 \text{ m}^2$ cui conseguirebbe un volume del solido di $14,5 \text{ m}^3$.

Dato che il peso specifico dell'argilla secca è di $1,7 \text{ t/m}^3$, si avrà che il peso di questo tratto di rampa lungo un metro sarà di $24,78 \text{ t}$ (**P**).

Poiché i massimi carichi che sarebbero transitati per la rampa non superavano il peso complessivo di 70 t ⁴⁶ ed erano distribuiti sulla superficie di appoggio della slitta (10 m^2), ne sarebbe risultato un carico massimo di 7 t/m^2 ; dato che la larghezza della slitta era di 2 m e che si è ipotizzato per esse un fondo piatto, la sezione ipotizzata della rampa (un metro di lunghezza) sarebbe stata sottoposta ad un carico complessivo di 14 t (**Q**).

Da quanto sopra ne consegue che il peso risultante (**P+Q**) sarebbe di $38,7 \text{ t}$, da cui deriva che la componente del peso sulla superficie della piramide sarebbe di $38,7 \text{ t} \cdot \sin 52^\circ$ cioè $30,5 \text{ t}$, il quale suddiviso sugli $8,8 \text{ m}^2$ di contatto tra la rampa e la piramide darebbe una tensione unitaria di $3,46 \text{ t/m}^2$ (valore medio), ben inferiore alla resistenza al taglio della struttura ($4,5 \text{ t/m}^2$).

A completamento dei precedenti calcoli presentiamo i seguenti grafici che costituiscono la sintesi grafica di una complessa elaborazione eseguita al computer presso l'Università di Trieste, atta a verificare attraverso un modello simulato le tensioni esistenti all'interno della rampa, l'effettiva e dettagliata distribuzione degli sforzi intercorrenti tra la supposta rampa e la superficie della piramide e le eventuali modalità di deformazione sotto carico massimale.

Per procedere a tale verifica si è innanzitutto supposto che la struttura fosse suddivisa in tanti elementi contigui numerati da 1 a 216 (**tavola 23**), onde poter dettagliatamente analizzare il comportamento di ognuno di essi nelle varie situazioni.

Per la verifica dei calcoli precedenti sono stati quindi presi in considerazione e numerati anche tutti i nodi corrispondenti agli angoli degli elementi suddetti (**tavola 24**) per simulare una più dettagliata distribuzione delle forze agenti su di essi.

⁴⁶ Le travi delle camere di scarico erano di metri $2 \cdot 1,5 \cdot 8$ per un volume di 24 m^3 , che moltiplicato per il peso specifico del granito dà un peso di $67,2$ tonnellate, arrotondato per eccesso a 70 , comprendente anche il peso della slitta.

L'elaborazione è quindi iniziata dall'analisi della distribuzione dello sforzo sulla superficie di contatto tra la rampa e la faccia della piramide.

A tal fine si è simulato il vincolo tra queste due strutture mediante la presenza di molle di rigidità elevata che realizzassero il collegamento tra le due superfici; in particolar modo si è supposto che ogni nodo a contatto con la faccia della piramide fosse trattenuto in sede da due molle disposte ortogonalmente lungo gli assi cartesiani.

Si è quindi calcolata la reazione che ogni molla avrebbe fornito, e rappresentato tale risultato in un grafico vettoriale (**tavola 25**).

Analizzando la distribuzione dello sforzo sulla superficie di contatto tra la rampa e la faccia della piramide si è giunti alle conclusioni condensate graficamente nelle **tavole 26-27-28**, dove ad ogni variazione di colore corrisponde una variazione di tensione⁴⁷.

Queste, in accordo con il nostro calcolo teorico medio, hanno dimostrato che in tutti i casi esaminati il maggior sforzo si sarebbe esercitato sul II e III ottavo superiore della superficie, diminuendo progressivamente nei settori inferiori.

In particolar modo è evidente dalle **tavole 27 e 28** che lo sforzo applicato sul piede della rampa è talmente basso che la presenza della trave orizzontale da noi supposta alla base della struttura risulterebbe superflua.

La **tavola 29** infine visualizza l'entità e le linee di applicazione secondo cui uno sforzo estremo avrebbe potuto deformare la struttura; poiché gli spostamenti subviti dai nodi in tale circostanza sono di entità piccolissima, nel grafico sono stati moltiplicati per 10.000 volte onde renderli apprezzabili.

Pur essendo queste sofisticate elaborazioni basate su indispensabili semplificazioni⁴⁸ che portano conseguentemente ad alcune incertezze sulla validità assoluta del risultato, ci è parso significativo il presentarle per l'accordo che dimostrano, in linea di massima, con quanto da noi supposto in base alle deduzioni tecniche e matematiche precedenti, e con la conseguente realizzabilità di una tale struttura.

È da precisare che tutte le tavole presentate si riferiscono allo sforzo sotto carico massimale (peso della rampa stessa + carico delle travi maggiori).

⁴⁷ Le differenze di colore presenti nelle tavole corrispondono ovviamente ad altrettante differenze di sforzo, e sono riassunte nelle scale colorimetriche poste a lato dei singoli grafici.
Le tavole 24 e 25 rappresentano a colori le tensioni di compressione o trazione agenti sui singoli elementi in cui è stata suddivisa la struttura, riferite ai due assi cartesiani ortogonali.

⁴⁸ Per semplicità di calcolo e per mancanza di dati esatti è stata infatti considerata un'altezza della struttura di 7 metri, ed una massa isotropica con caratteristiche meccaniche approssimate.

Appendice 6

SULLO SMALTIMENTO DELLE SUPPOSTE RAMPE DI COSTRUZIONE

Per quanto non sussista alcuna univocità sul sistema effettivamente impiegato per la costruzione delle piramidi tutte le ipotesi formulate dagli studiosi prevedono per l'innalzamento dei blocchi della sovrastruttura l'utilizzo del piano inclinato quale unica possibilità, in quanto sembra essere stata la sola macchina fisica in possesso degli egizi in grado di soddisfare le necessità di movimentare ad altezze considerevoli i grandi volumi di materiale necessario.

Indipendentemente dalle metodiche ipotizzate per la loro attuazione resta comunque evidente che solamente su larghe superfici lavorative quali appunto quelle costituite dai piani inclinati si potevano sviluppare contemporaneamente le molteplici attività necessarie all'innalzamento ed alla rifinitura della piramide.

Prescindendo quindi dalle singole ipotesi la principale obiezione che viene correntemente sollevata a tutti questi ipotetici sistemi costruttivi riguarda le modalità previste per la loro demolizione; risulta infatti apparentemente incomprensibile la totale assenza di segni sul terreno che indichino l'esistenza di tali rampe, tantopiù che essendo strutture temporanee è presumibile che per la loro realizzazione si sia ricorso ampiamente a materiali di basso costo e facile reperibilità quali i mattoni crudi.

Con questi materiali poveri e deperibili parrebbe infatti più logico ritrovare le tracce di una loro caotica demolizione piuttosto che pensare ad un sistematico riutilizzo.

Secondo la nostra ipotesi invece l'assenza di importanti accumuli argillosi sul terreno circostante sarebbe data proprio dal reimpiego di gran parte dei mattoni crudi per la realizzazione delle numerose strutture accessorie, e dalla dispersione sul terreno della sola piccola parte eventualmente rimanente.

Analizzando in dettaglio la critica mossa alle rampe costruttive ci è sembrato doveroso puntualizzare primariamente alcune considerazioni.

Esaminando infatti le questioni relative a questa osservazione è da ricordare innanzitutto che malgrado le grandi piramidi del Medio Regno fossero prevalentemente costituite da una sovrastruttura in mattoni crudi e che l'asportazione del loro rivestimento protettivo in pietra ne abbia causato la demolizione per dilavamento ad opera degli agenti

atmosferici, non sono riscontrabili neppure in questi casi grandi masse di argilla se non nelle immediate contiguità con gli edifici.

Tale constatazione pare tanto più significativa se si tiene conto che queste piramidi del Medio Regno sono tuttora poco frequentate ma soprattutto, a differenza della maggior parte di quelle in pietra, non sono finora state oggetto di indagini scientifiche approfondite (particolarmente per quanto riguarda la loro sovrastruttura) per cui i detriti adiacenti la massa sovrastrutturale non sono mai stati asportati come invece è avvenuto per le grandi piramidi in pietra⁴⁹.

Per altro malgrado questa sostanziale diversità anche nelle piramidi in mattoni la massa dilavata appare strettamente connessa con la sovrastruttura conservata, in quanto con l'allontanarsi dall'edificio anche questa si disperde rapidamente confondendosi con il terreno circostante.

Quantunque l'obiezione di base ci sembri perciò contestabile abbiamo comunque ritenuto necessario suffragare la nostra convinzione approfondendo l'indagine relativa al possibile smaltimento del materiale costitutivo le ipotizzate rampe costruttive, in quanto le riteniamo la soluzione più rispondente ai requisiti primari di semplicità, rapidità esecutiva ed economia.

Premettendo l'ovvia considerazione che quanto più il modello costruttivo supposto avesse previsto una struttura di grande volume tanto più i problemi di smaltimento sarebbero stati proporzionalmente ardui da risolvere, ed avendo perciò ritenuto soddisfacente la nostra ipotesi delle rampe multiple avvolgenti ed autosostenenti anche per il loro volume estremamente contenuto, abbiamo cercato di affrontare il problema in modo rigoroso quantificando la richiesta lavorativa per il loro smontaggio, necessario a nostro avviso per il successivo reimpiego del materiale.

Già nella nostra analisi sulle rampe costruttive abbiamo infatti rapidamente accennato a questa possibilità di riciclaggio sostenendo che gran parte del materiale in questione avrebbe potuto benissimo trovare una nuova destinazione; la fondatezza di questa nostra supposizione si basa sulla facile constatazione che molte strutture secondarie quali i muri perimetrali del Complesso, le costruzioni civili, gli argini dei canali e comunque i muri in genere, avrebbero richiesto l'impiego di mattoni crudi.

Ritenendo con ciò esaustiva la questione inerente l'eventuale destinazione del materiale rimosso, e cercando invece in questa sede di analizzare in dettaglio la fattibilità di tale metodica, riteniamo indispensabile soffermarci su alcuni punti di intuitiva verifica:

⁴⁹ A riguardo non va dimenticato che la liberazione dalle macerie che inglobavano la base della piramide di Meydum, sicuramente meno indagata di quelle di Giza, è stata intrapresa solo di recente.

- 1) Oggigiorno non rimane sul terreno alcuna traccia di costruzioni in mattoni crudi relative all'Antico Regno, per quanto sicuramente tale sistema costruttivo dovesse avere una larghissima diffusione nelle stesse strutture secondarie dei Complessi piramidali o quantunque nelle realizzazioni accessorie funerarie.
- 2) Di nessuna costruzione civile o palazzo governativo dell'Antico Regno⁵⁰, sicuramente realizzati in mattone crudo, si è mai trovata alcuna traccia sul terreno per quanto si possa essere certi della loro realizzazione in tale materiale; infatti malgrado si siano svolte indagini anche molto accurate per la localizzazione dei siti delle numerose città egizie, in nessun caso si è potuto reperire l'accumulo argilloso che sicuramente ne sarebbe dovuto residuare.
- 3) L'asportazione degli eventuali accumuli di argilla alla base delle piramidi di Giza, come per altro delle moltissime tracce argillose di costruzioni in mattoni crudi, potrebbe essere comunque attribuito alle periodiche piene del Nilo il quale, fino alla sua regolamentazione all'inizio del secolo con la prima diga di Aswan, dilavò per circa 4500 anni il suolo d'Egitto giungendo nella fattispecie anche a lambire la base delle piramidi di Giza come documentato da alcune memorie fotografiche della fine del secolo scorso⁵¹.
- 4) Anche l'asportazione del rivestimento lapideo delle piramidi, sicuramente più difficoltoso e complesso di quello delle strutture murarie delle supposte rampe, fu attuato dall'uomo per riutilizzarne i materiali.
- 5) La demolizione di volumi anche rilevanti di mattoni crudi avrebbe richiesto materiale, tempo e manodopera sicuramente inferiori a quanto sarebbe stato necessario per una nuova realizzazione di pari quantità di materiale da costruzione.
- 6) A differenza dell'accertata abitudine a demolire più o meno fraudolentemente edifici di obsoleta importanza quali le tombe arcaiche per ottenere materiale da costruzione, nel caso delle supposte rampe costruttive è presumibile che tale attività avrebbe trovato un appoggio da parte dello stato per l'utilità che ne sarebbe derivata.

Alla luce di quanto sopra la nostra analisi si è indirizzata quindi alla verifica matematica di quanto avrebbe potuto accadere affrontando il problema della demolizione delle rampe.

⁵⁰ Per altro i reperti delle numerosissime costruzioni in mattoni che dovevano costellare il suolo egizio sono estremamente rari anche riferendoci alle altre epoche.

⁵¹ Va tenuto presente che oltre all'azione erosiva diretta del Nilo, il degrado dei materiali costruttivi è anche attribuibile all'azione indiretta delle infiltrazioni nel sottosuolo.

Poiché in base alla nostra ipotesi il volume totale delle strutture murarie di queste rampe⁵² sarebbe stato di circa 77.570 m³ pari a circa il 3% della massa piramidale⁵³, e che il peso specifico dell'argilla è circa 1,7 t/m³ ne deriverebbe che il peso complessivo del materiale da rimuovere sarebbe stato di oltre 131.000 t.

Allo stesso modo la superficie complessiva delle facce della piramide di Cheope ammonta a circa 85.600 m², e calcolando per eccesso che lo spessore medio dei blocchi di rivestimento fosse di circa un metro, ne deriverebbe che il volume di materiale asportato dai caviatori di pietra sarebbe risultato di circa 85.600 m³.

Considerando infine che il peso specifico del calcare è di circa 2,5 t/m³ e che quindi il peso complessivo del materiale lapideo asportato dalla piramide assommerebbe a 214.000 t, ne deriva che il peso del materiale delle supposte rampe costruttive costituirebbe quasi la metà di quello del rivestimento lapideo.

In conclusione poiché è certa l'asportazione del rivestimento della piramide ad opera dei caviatori di pietra e che il peso di tale materiale è il doppio di quello costituente le supposte rampe costruttive, si evince facilmente che il lavoro (in termini energetici) necessario alle due attività sarebbe stato ben differente, per cui non si ravvisa alcuna difficoltà a supporre che anche le rampe possano essere state accuratamente smontate per un reimpiego del loro materiale costitutivo.

In tal caso infatti ambedue i materiali avrebbero potuto essere asportati per essere riutilizzati ma, a differenza dei blocchi lapidei, la rimozione dei mattoni crudi sarebbe stata molto più agevole, oltre a procurare materiale di più facile e diffuso impiego.

⁵² $\{[(\text{base} \cdot \text{altezza}) / 2] \cdot 1 \text{ m}\} \cdot \text{lunghezza complessiva rampe} = \{[(4,2 \text{ m} \cdot 6,95 \text{ m}) / 2] \cdot 1 \text{ m}\} \cdot 5.315 \text{ m}.$

⁵³ A riguardo bisogna tenere presente che questa massa in mattoni rappresenta comunque un'entità sensibilmente inferiore a quella costituita dal volume medio di una piramide in mattoni del Medio Regno che corrisponde a circa 245.000 m³.